

# [권구승/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(나형) 연습 (1/4) |

## | 권구승 (서울대)

이강학원(대치, 분당), 이투스앤써.

보통은 무슨 일이든 시간과 노오력을 갈아넣은만큼 성과가 나오더군요.  
여러분도 원하는게 있다면 뭐든 갈아 넣읍시다.

## | 한성은 (POSTECH 수학과)

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

노골적인 6월 변형이면서 살짝 구색 맞추기.  
평가원을 반영하여 최대한 퀄을 낮췄습니다.

[hansungeun.com](http://hansungeun.com)

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역(나형)

5지선다형

1.  $32 \times 2^{-3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 4  
④ 8                      ⑤ 12

2. 함수  $f(x) = x^3 + 5x - 1$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 3                      ③ 5  
④ 7                      ⑤ 9

3. 첫째항이 1인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = a_2 + 6$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [2점]

- ① 28                      ② 30                      ③ 32  
④ 34                      ⑤ 36

4. 6개의 문자  $a, a, b, b, b, c$ 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 48                      ② 52                      ③ 56  
④ 60                      ⑤ 64

# 2

# 수학 영역(나형)

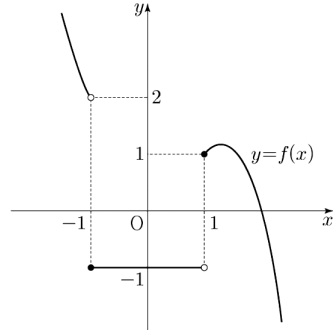
5. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 4x^3 + 1$ 이고  $f(0) = 1$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 11                      ② 13                      ③ 15  
 ④ 17                      ⑤ 19

6. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점  $(2, \log_9 a), (3, \log_3 b)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때,  $\log_a b$ 의 값은? (단,  $a \neq 1$ ) [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
 ④ 1                      ⑤  $\frac{5}{4}$

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{h \rightarrow 0^+} \{f(h-1) + f(h+1)\}$ 의 값은? [3점]

- ① 3                      ② 2                      ③ 1  
 ④ 0                      ⑤ -1

8. 곡선  $y=12x(x-1)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 10                      ② 8                      ③ 6  
 ④ 4                      ⑤ 2

10. 곡선  $y=2x^3-x$ 에 접하고 기울기가 5인 접선 중 제2사분면을 지나는 직선의  $y$ 절편은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

9. 함수

$$f(x) = \log_2(2x+k)$$

가 닫힌구간  $[0, 14]$ 에서 최솟값 2, 최댓값  $M$ 을 갖는다.

$k+M$ 의 값은? [3점]

- ① 8                      ② 9                      ③ 10  
 ④ 11                    ⑤ 12

11.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x(x-6)^2 - k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수  $k$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 25                      ② 27                      ③ 29  
④ 31                      ⑤ 33

12. 자연수  $n$ 이  $2 \leq n \leq 10$ 일 때,  $x$ 에 대한 방정식

$$x^n = -n^2 + 15n - 50$$

이 적어도 하나의 실근을 갖고, 모든 실근의 합이 0 이하가 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 32                      ② 30                      ③ 28  
④ 26                      ⑤ 24

13. 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n} = 2a_n + 1 \\ a_{2n+1} = a_n + 2 \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_4 + a_5 = 18$ 일 때,  $a_{14} + a_{15}$ 의 값은?

[3점]

- ① 18                      ② 21                      ③ 24  
 ④ 27                      ⑤ 30

14. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따르고

$$\frac{P(X=1)}{P(X=0)} = 9, \quad \sigma(2X-1) = 4$$

일 때,  $n$ 의 값은? [4점]

- ① 18                      ② 15                      ③ 12  
 ④ 9                        ⑤ 6

# 6

# 수학 영역(나형)

15. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{2}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+2}}$$

를 만족시킬 때, 다음은 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_i a_{i+1} = (n-1)a_1 a_n \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n=2$ 일 때 (좌변) = (우변) =  $a_1 a_2$ 이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=k$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_i a_{i+1} = (k-1)a_1 a_k \dots (**)$$

이다.  $n=k+1$ 일 때

$$\sum_{i=1}^k a_i a_{i+1} = (k-1)a_1 a_k + a_k a_{k+1} \dots (**)$$

이다. 한편 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_{n+2}} - \frac{1}{a_{n+1}}$$

이므로 수열  $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다. 이 수열의

공차를  $d$ 라 하자. 등식 (\*\*)의 우변에서

$$\begin{aligned} (k-1)a_1 a_k + a_k a_{k+1} &= a_1 a_k a_{k+1} \left\{ \frac{k-1}{a_{k+1}} + \frac{1}{a_1} \right\} \\ &= a_1 a_k a_{k+1} \left\{ (k-1) \left( \frac{1}{a_k} + d \right) + \left( \frac{1}{a_k} - \boxed{(가)} \times d \right) \right\} \\ &= a_1 a_k a_{k+1} \left\{ \frac{k-1}{a_k} + \frac{1}{a_k} \right\} \\ &= \boxed{(나)} \times a_1 a_{k+1} \end{aligned}$$

이다. 따라서  $n=k+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 이라 할 때,  $f(7)+g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
④ 16                      ⑤ 18

16. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시작  $t(t>0)$ 에서의 위치  $x_1, x_2$ 가

$$x_1 = t^2 - 2t, \quad x_2 = 2t + a$$

이다. 점 P의 속도가 4일 때, 두 점 P, Q 사이의 거리는 8이다. 양수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
④ 6                      ⑤ 7



17. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 1이 적혀 있는 카드와 2가 적혀 있는 카드가 이웃하거나 2가 적혀 있는 카드와 3이 적혀 있는 카드가 이웃할 확률은? [4점]

- ①  $\frac{8}{15}$                       ②  $\frac{17}{30}$                       ③  $\frac{3}{5}$   
 ④  $\frac{19}{30}$                       ⑤  $\frac{2}{3}$

18. 두 곡선  $y = \log_2 x$ 과  $y = 2^{-x}$ 이 만나는 두 점을  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 라 하자.  $x_1 < x_2$ 일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $2y_2 < 1 < 2y_1$

ㄴ.  $x_2 < x_1 + 1$


ㄷ.  $\sqrt{2} < 8y_1y_2 < 3$

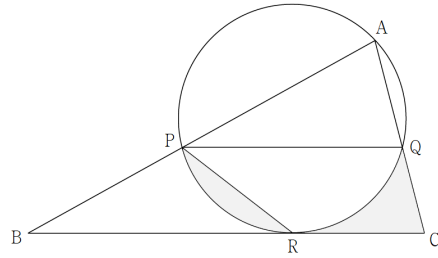
- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. D고등학교 학생들의 하루 공부 시간은 평균이 10분, 표준편차가 4분인 정규분포를 따른다고 한다. 임의로 선택한 D고등학교 학생 한 명의 하루 공부 시간이 12분 이상이거나, D고등학교 학생 중 4명을 임의추출하여 구한 하루 공부 시간의 표본평균이 12분 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

- ① 0.1104      ② 0.2346      ③ 0.3426  
 ④ 0.4204      ⑤ 0.5796

20. 그림과 같이  $\overline{AB}=4$ ,  $\overline{AC}=2$ 이고  $\cos(\angle BAC)=\frac{1}{4}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위의 점 P, 선분 AC 위의 점 Q에 대하여 직선 PQ는 직선 BC와 평행하며 세 점 A, P, Q를 지나는 원이 직선 BC와 점 R에서 접한다. 두 선분 CQ, CR과 호 QR로 둘러싸인 부분과 선분 PR과 호 PR로 둘러싸인 부분인  모양의 도형의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{2\sqrt{15}}{27}$       ②  $\frac{\sqrt{15}}{9}$       ③  $\frac{4\sqrt{15}}{27}$   
 ④  $\frac{5\sqrt{15}}{27}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{15}}{9}$

21. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \frac{2n+1}{n(n+1)}, \quad b_n = 2 + \sum_{k=1}^n (-1)^k a_k$$

이다.  $100b_m$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수  $m$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 180                      ② 170                      ③ 160  
 ④ 150                      ⑤ 140

단답형

22. 함수  $2\sin x + 3$ 의 최댓값을 구하여라. [3점]

23. 다항식  $(1+x)^n$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 45일 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하여라. [3점]

24. 반지름의 길이가 10인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서  $\sin B = \frac{4}{5}$ 일 때, 선분 AC의 길이를 구하여라. [3점]

25. 함수  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 9} - 3}{x - 4}$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = b$ 일 때,  $3ab$ 의 값을 구하여라. [3점]

26. 이산확률변수  $X$ 의 확률분포표는 다음과 같다.

$X$	1	2	3	계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{3}$	$b$	1

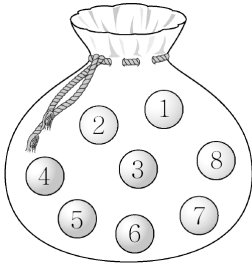
이산확률변수  $Y$ 가 갖는 값은 1, 3, 5이고

$$P(Y=2i-1) = a \times P(X=i) + b \quad (i=1, 2, 3)$$

일 때,  $E(3Y+1)$ 의 값을 구하여라.

(단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [4점]

27. 주머니에 숫자 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 공 8개가 들어 있다. A가 이 주머니에서 2개의 공을 임의로 꺼내고, B가 남아 있는 6개의 공 중에서 2개의 공을 임의로 꺼낸다. 이 시행에서 A가 꺼낸 두 공에 적혀 있는 수의 곱이 4의 배수일 때, B가 꺼낸 두 공에 적혀 있는 수의 곱이 짝수일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28.  $f(1)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와  $g(2)=0$ 이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = (x-2)g(x)$$

를 만족시킨다.  $f(3)$ 의 값을 구하여라. [4점]

29. 검은색 볼펜 3자루, 파란색 볼펜 1자루, 빨간색 볼펜 1자루, 노란색 볼펜 1자루가 있다. 이 6자루의 볼펜을 4명의 회사원에게 남김없이 나누어줄 때 각 회사원이 적어도 1개의 볼펜을 받는 경우의 수를 구하여라.  
(단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = (x-1)(x-3), \quad g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

에 대하여 연속함수  $h(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\{h(x)\}^2 = \{g(x)\}^2$ 이다.  
(나) 함수  $h(x)$ 가  $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수  $a$ 가 존재한다.  
(다) 임의의 실수  $k$ 에 대하여 방정식  $h(x)=k$ 의 실근이 존재한다.

$|h'(-1)+h'(2)+h'(4)|$ 의 값을 구하여라. [4점]

[권구승/한성은 모의고사]  
수능(나형) 연습(1/4) 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	③	02	③	03	①	04	④	05	⑤
06	③	07	④	08	⑤	09	②	10	④
11	④	12	①	13	②	14	①	15	②
16	③	17	③	18	⑤	19	④	20	③
21	①	22	5	23	10	24	16	25	2
26	9	27	12	28	12	29	388	30	12

## COMMENT 15

$$f(k) = k-1, g(k) = k$$

## COMMENT 18

기역 : 곡선  $y=2^{-x}$ 가  $x=1$ 과 만나는 점의  $y$ 좌표가  $\frac{1}{2}$ 이다.

니은 : 점  $(x_1, y_1)$ 은 직선  $y=x$  위의 점이다. 점  $(x_2, y_2)$ 는  $(x_1+1, y_1)$ 의 왼쪽의 왼쪽 아래에 있다.

디글 : 직선  $y=x$ 와 점  $(\frac{1}{2}, 1)$ 과 점  $(1, \frac{1}{2})$ 를 지나는 직선의 교점이  $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4})$ 이므로  $x_1 = y_1 < \frac{3}{4}$ 이다.

왼쪽 :  $2^{-\frac{5}{2}} < 2^{-x_1} \times 2^{-x_2}$ 에서  $x_1 + x_2 < \frac{5}{2}$ 이다.  $x_2 < x_1 + 1$ 이므로  $x_1 < \frac{3}{4}$ 이면 각이다.  $\circ\kappa$

오른쪽 :  $y_2 < \frac{1}{2}$ 이므로  $y_1 < \frac{3}{4}$ 이면 각이다.  $\circ\kappa$

## COMMENT 19

한 명의 하루 공부 시간이 12분 이상일 확률은  $P(Z \geq 0.5) = 0.31$ 이고

표본평균  $\bar{X}$ 는  $N(10, 2^2)$ 을 따르므로  $\bar{X} \geq 12$ 일 확률은  $P(Z \geq 1) = 0.16$ 이다.

여사건 돌려서  $1 - (1 - 0.31)(1 - 0.16)$  해도 좋고,  $0.31 + 0.16 - 0.31 \times 0.16$  해도 좋다.

## COMMENT 20

삼각형 ABC에서 코사인 돌리면  $\overline{BC} = 4$ 이다.

$\overline{BP} = 4t$ ,  $\overline{AC} = 2t$ 라 두자. 방맥 돌리면  $\overline{BR} = 4\sqrt{t}$ ,  $\overline{CR} = 2\sqrt{t}$ 이므로  $t = \frac{4}{9}$ 이다.

$\overline{BR} : \overline{CR} = 2 : 1$ 이므로 AR은 각 BAC의 이등분선이다.  $\overline{PR} = \overline{QR}$ 이고 색칠한 도형의 넓이는  $\frac{4\sqrt{15}}{27}$ 이다.

## COMMENT 21

$a_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$ 이고  $b_n$ 은  $\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{6}{5}, \frac{5}{6}, \frac{8}{7}, \frac{7}{8}, \dots$ 이다.

$100b_m$ 이 100 이하의 자연수가 되려면 분모가 짝수인 100의 약수가 되어야 한다.

가능한 분모는 2, 4, 10, 20, 50, 100이고  $m$ 은 1, 3, 9, 19, 49, 99이다.

## COMMENT 27

$P(A가 4의 배수) = \frac{1}{2}$ 이고,  $P(A가 4의 배수 \cap B가 홀수) = \frac{1}{7}$ 이다. 여사건을 이용하여 구하는 확률은

$$1 - P(B가 홀수 | A가 4의 배수) = 1 - \frac{P(A가 4의 배수 \cap B가 홀수)}{P(A가 4의 배수)} = \frac{5}{7}$$

이다.



## COMMENT 28

준 식에  $x=1$ 을 대입하면  $g(1)=0$ 이다.

양 변을 미분하면  $f(x)=g(x)+(x-2)g'(x)$ 이고 여기에  $x=1$ 을 대입하면  $g'(1)=0$ 이다.

$g(x)=(x-1)^2(x-2)$ 이다.  $\int_1^x f(t)dt=(x-1)^2(x-2)^2$ 의 양 변을 미분하면

$$f(x)=2(x-1)(x-2)^2+2(x-1)^2(x-2)=2(x-1)(x-2)(2x-3)$$

이다.

## COMMENT 29

검은색이 아닌 색 볼펜을 몇 명에게 나눠주는지로 분류하자.

Case1) 모든 색 볼펜을 한 명에게 줄 때 : 회사원 선택 4가지, 검은색 나눠주는 방법  $1(= {}_4H_0)$ 가지.

Case2) 색 볼펜을 두 명에게 줄 때 : 색 볼펜 분할 3가지, 회사원 선택  $4 \times 3$ 가지, 검은색 나눠주는 방법  $4(= {}_4H_1)$ 가지.

Case2) 색 볼펜을 세 명에게 줄 때 : 회사원 선택  $4 \times 3 \times 2$ 가지, 검은색 나눠주는 방법  $10(= {}_4H_2)$ 가지.

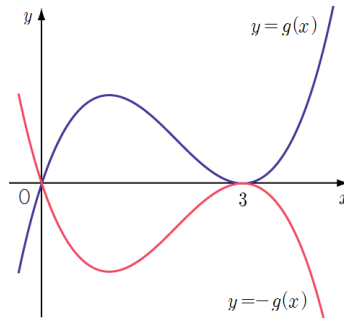
## COMMENT 30

$g(x)$ 는  $\frac{1}{3}x(x-2)^2$ 이다.

(가)에서  $h(x)$ 는  $g(x)$  또는  $-g(x)$ 이다. 여기서 잘 읽어줘야 하는데,

$h(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x)$  또는  $-g(x)$ 인 것이 아니라 각각의 실수  $x$ 에 대하여  $g(x)$  또는  $-g(x)$ 이다.

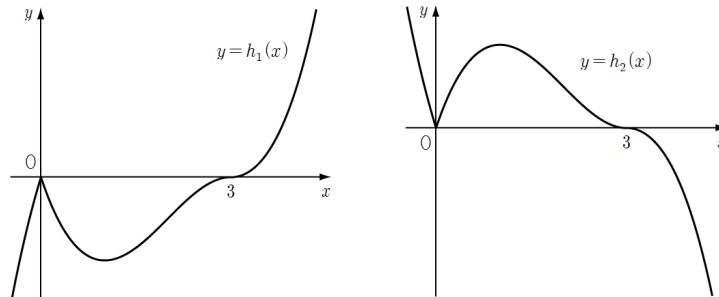
그리고  $h(x)$ 가 연속함수이므로  $g(x)=0$ 의 두 근인 0과 3에서만  $g(x)$  또는  $-g(x)$ 를 갈아탈 수 있다.



(나)의 조건을 만족시키기 위해서는  $x=0$ 에서 곡선을 갈아타야 하고,

(다)의 조건을 만족시키기 위해서는  $x=3$ 에서 곡선을 다시 갈아타야 한다.

가능한  $h(x)$ 의 그래프는 다음의 두 가지이다.



마지막은

$$h'(-1)=\pm f(-1), \quad h'(2)=\mp f(2), \quad h'(4)=\pm f(4)$$

로 계산해야 간지.  $|h'(-1)+h'(2)+h'(4)|=|\pm f(-1) \mp f(2) \pm f(4)|=12$ 이다.