

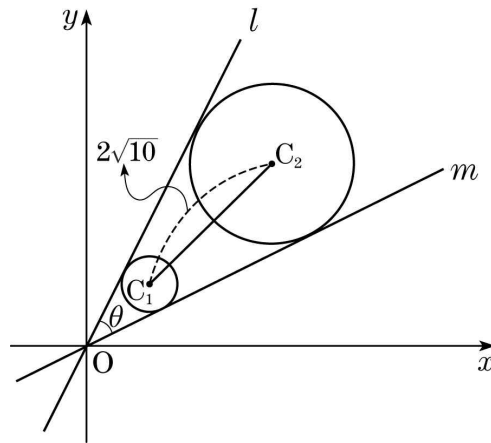
# 패턴 14

## 삼각함수의 활용

편집:우에노리에

1. **2011 교육청(3점)**

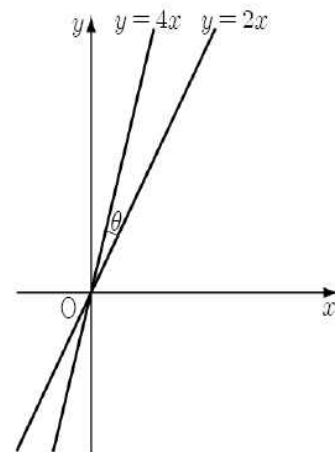
그림과 같이 좌표평면 위의 원점을 지나는 서로 다른 두 직선  $l$ ,  $m$ 이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하자. 반지름의 길이가 1, 3 인 두 원  $C_1$ ,  $C_2$ 가 제1사분면 위에서 두 직선  $l$ ,  $m$ 에 동시에 접하고  $\overline{C_1C_2} = 2\sqrt{10}$  일 때,  $120\tan\theta$ 의 값을 구하시오.



2. **2009 교육청(3점)**

다음은 두 함수  $y=2x$ ,  $y=4x$ 의 그래프이다. 두 직선이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin 2\theta$ 의 값은?

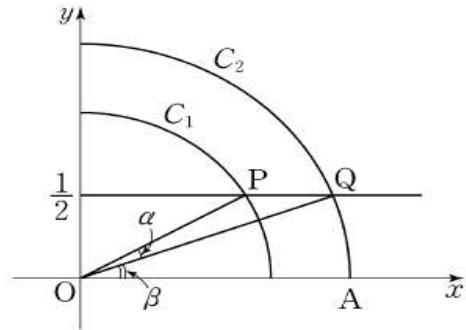
- ①  $\frac{28}{85}$                       ②  $\frac{6}{17}$   
 ③  $\frac{32}{85}$                       ④  $\frac{34}{85}$   
 ⑤  $\frac{36}{85}$



3. **2010 평가원(3점)**

좌표평면에서 원점  $O$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1,  $\sqrt{2}$ 인 두 원  $C_1, C_2$ 가 있다.

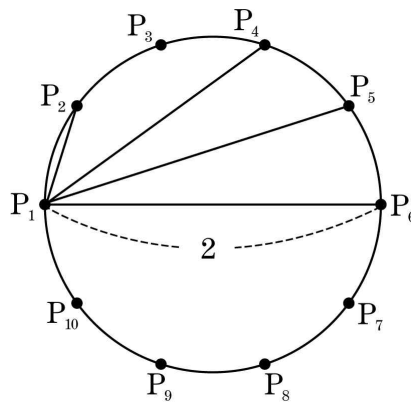
직선  $y = \frac{1}{2}$ 이 원  $C_1, C_2$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각  $P, Q$ 라고 하자. 점  $A(\sqrt{2}, 0)$ 에 대하여  $\angle QOP = \alpha$ ,  $\angle AOQ = \beta$ 라고 할 때,  $\sin(\alpha - \beta)$ 의 값은?



- ①  $\frac{3 - \sqrt{14}}{8}$       ②  $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{14}}{8}$       ③  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{14}}{8}$   
 ④  $\frac{3 - \sqrt{21}}{8}$       ⑤  $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{21}}{8}$

4. **2011 교육청(3점)**

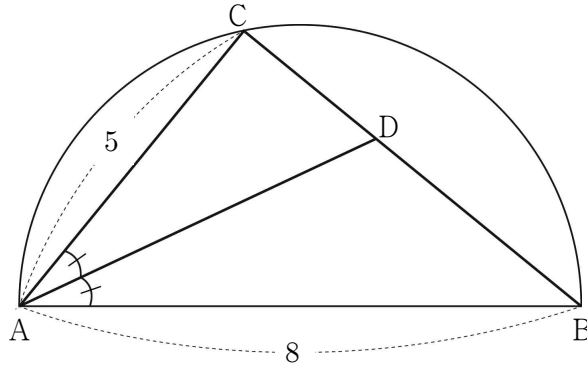
그림과 같이 지름의 길이가 2인 원이 있다. 원의 둘레를 10등분하여 각 등분점을 시계 방향으로 차례로  $P_1, P_2, \dots, P_{10}$ 이라 할 때, 다음 중  $\overline{P_1P_2} \cdot \overline{P_1P_4} \cdot \overline{P_1P_5}$ 의 값과 같은 것은?



- ①  $2\sin\frac{\pi}{10}$       ②  $\sin\frac{\pi}{5}$       ③  $2\sin\frac{\pi}{5}$   
 ④  $\sin\frac{2}{5}\pi$       ⑤  $2\sin\frac{2}{5}\pi$

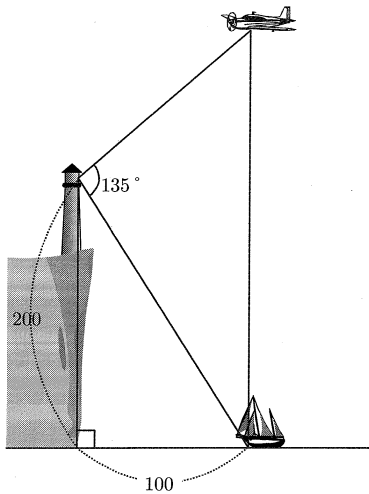
5. **2011 교육청(3점)**

그림과 같이 길이가 8인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에  $\overline{AC}=5$ 인 점 C가 있다.  $\angle CAB$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 할 때,  $\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=p\sqrt{3}$ 이다.  $\frac{1}{p^2}$ 의 값을 구하시오.



6. **2006 교육청(3점)**

그림과 같이 등대에서 배를 바라보는 시선과 배위에 수직으로 떠있는 비행기를 바라보는 시선이 이루는 각의 크기가  $135^\circ$ 이며, 해수면에서 등대까지의 높이가 200, 등대에서 해수면에 내린 수선에서 배까지의 거리가 100이다. 이 때, 배에서 비행기까지의 높이는? (단, 비행기와 배의 크기는 무시한다.)

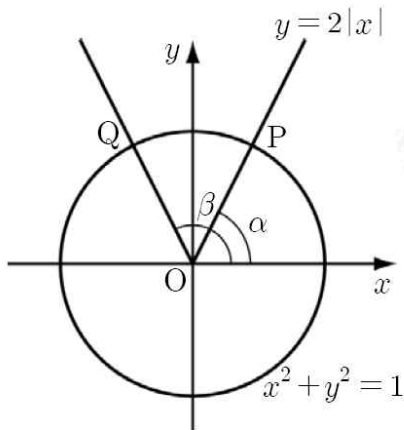


- ① 300      ② 400      ③ 500      ④ 600      ⑤ 700



9. **2008 교육청(3점)**

그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 1$ 과  $y = 2|x|$ 의 그래프와의 두 교점을 각각 P, Q라 하자.  $\overline{OP}$ ,  $\overline{OQ}$ 가  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은?



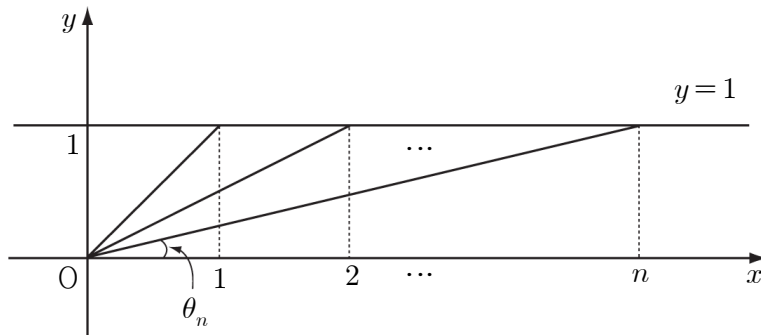
- ① 1                      ②  $\frac{3}{5}$                       ③  $\frac{2\sqrt{2}}{5}$   
 ④  $\frac{\sqrt{2}}{5}$                       ⑤  $\frac{1}{5}$

10. **2007 교육청(3점)**

원점과 점(1, 1)을 이은 선분이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각을  $\theta_1$ , 원점과 점(2, 1)을 이은 선분이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각을  $\theta_2$ ,

⋮

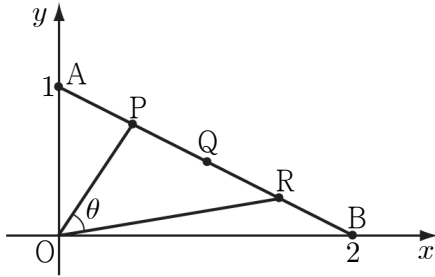
원점과 점( $n, 1$ )을 이은 선분이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각을  $\theta_n$ 이라 하자.



$\theta_1 - \theta_2 = \theta_p - \theta_q$ 가 되도록 하는  $p, q$ 에 대하여  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $1 < p < q$ 이고  $p, q$ 는 자연수이다.)

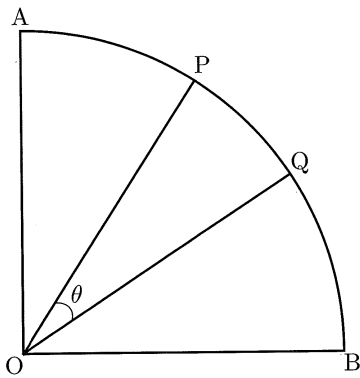
11. **2007 교육청(3점)**

두 점  $A(0, 1)$ ,  $B(2, 0)$ 을 이은 선분  $AB$ 를 사등분하는 점을 각각  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ 이라 하자.  
 $\angle POR = \theta$ 라 할 때,  $30\tan\theta$ 의 값을 구하시오.



12. **2006 교육청(3점)**

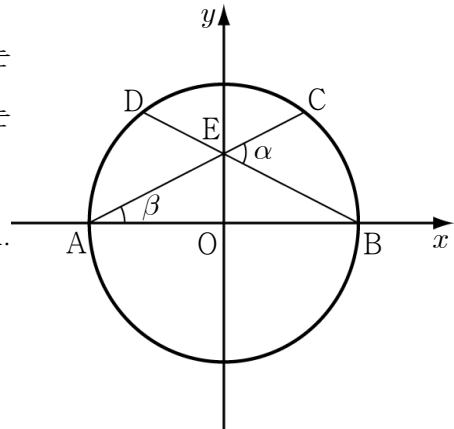
중심각의 크기가 직각인 부채꼴  $AOB$ 가 있다. 호  $AB$  위의 두 점  $P$ ,  $Q$ 에 대하여  
 $\angle POQ = \theta$ 라 하자. 호  $\widehat{AB} = 4\widehat{PQ}$ 일 때,  $\cos^2\theta$ 의 값은?



- ①  $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$       ②  $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$       ③  $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$   
 ④  $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$       ⑤  $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

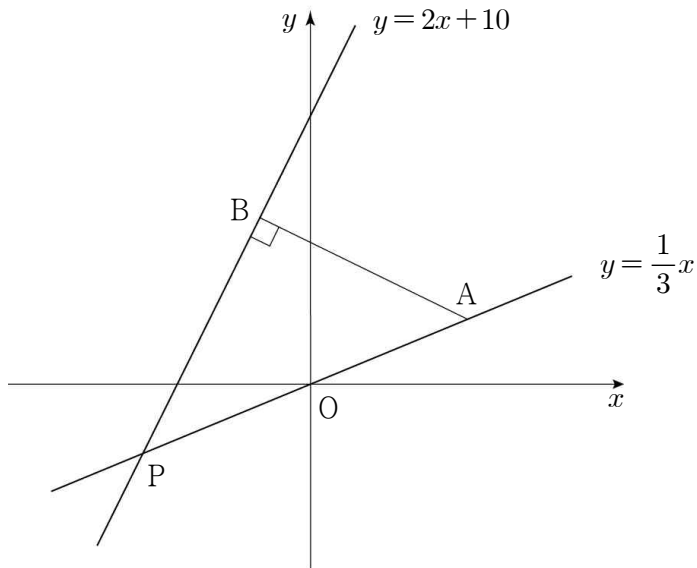
13. **2008 교육청(3점)**

그림에서 원점  $O$ 를 중심으로 하는 원이  $x$ 축과 만나는 두 점은  $A, B$ 이고, 원의 두 현  $AC$ 와  $BD$ 의 교점  $E$ 는  $y$ 축 위에 있으며  $\angle CEB = \alpha$ ,  $\angle CAB = \beta$ 이다.  
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\sin^2 \beta = \frac{b}{a}$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $a, b$ 는 서로 소인 자연수이다.)



14. **2012 교육청(3점)**

그림과 같이 두 직선  $y = \frac{1}{3}x$ ,  $y = 2x + 10$  위의 두 점  $A, B$ 와 교점  $P$ 를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형  $PAB$ 가 있다.  $\angle B = 90^\circ$ 이고  $\overline{PB} = 12$ 일 때,  $\overline{PA}$ 의 값은?

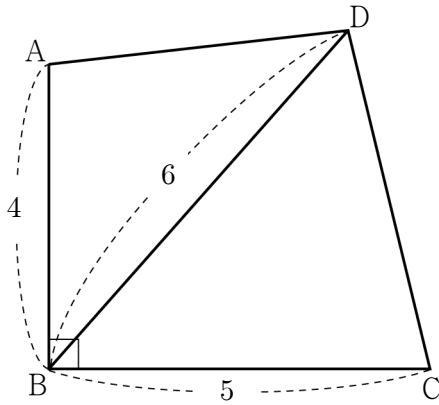


- ①  $12\sqrt{2}$                       ②  $12\sqrt{3}$                       ③ 18  
 ④  $18\sqrt{2}$                       ⑤  $18\sqrt{3}$



15. **2008 교육청(3점)**

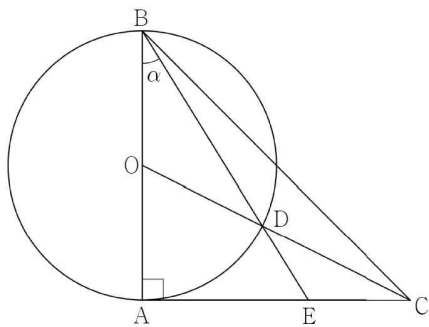
사각형 ABCD에서  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ ,  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{BC} = 5$ ,  $\overline{BD} = 6$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은?



- ①  $3\sqrt{41}$       ②  $3\sqrt{42}$       ③  $3\sqrt{43}$   
 ④  $6\sqrt{11}$       ⑤  $9\sqrt{5}$

16. **2010 교육청(4점)**

그림과 같이  $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하는 직각이등변삼각형 ABC가 있다.  $\overline{AB}$ 의 중점을 O,  $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O와  $\overline{OC}$ 와의 교점을 D,  $\overline{BD}$ 의 연장선과  $\overline{AC}$ 의 교점을 E라 하자.  $\angle ABE = \alpha$ 라 할 때,  $\tan \alpha$ 의 값은?

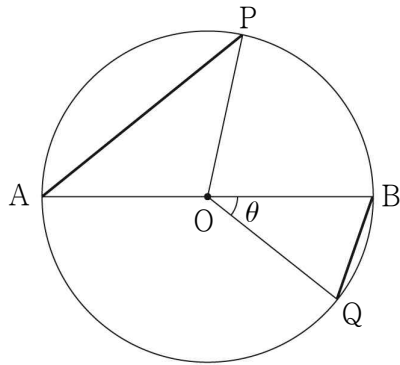


- ①  $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$       ②  $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$       ③  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$   
 ④  $\frac{-1+\sqrt{6}}{2}$       ⑤  $\frac{-1+\sqrt{7}}{2}$

17. **2012 교육청(4점)**

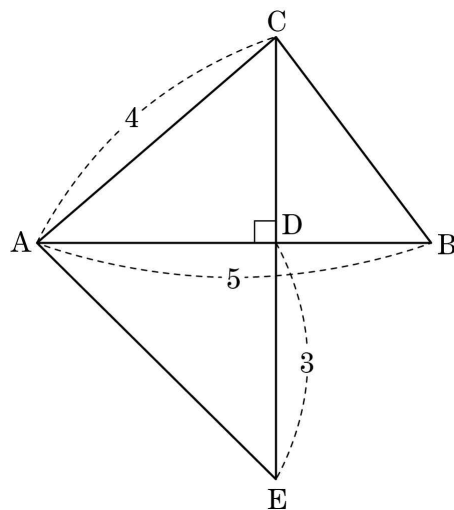
그림과 같이 중심이  $O$ 이고 길이가 2인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 원 위의 두 점  $P, Q$ 가  $\angle POB = 2\angle BOQ$ ,  $3\overline{AP} = 7\overline{BQ}$ 를 만족시킨다.  $\angle BOQ = \theta$ 라 할 때,  $90\cos\theta$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )



18. **2012 교육청(4점)**

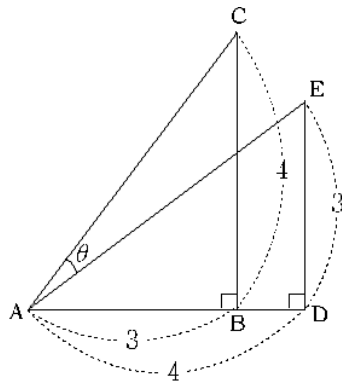
그림과 같이  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{AC} = 4$ 인 삼각형  $ABC$ 가 있다. 꼭짓점  $C$ 에서 선분  $AB$ 에 내린 수선의 발을  $D$ 라 할 때, 선분  $CD$ 의 연장선 위에  $\overline{DE} = 3$ 을 만족시키는 점  $E$ 를 잡는다. 두 삼각형  $ABC, AED$ 의 넓이를 각각  $S_1, S_2$ 라 할 때,  $S_1 + S_2$ 의 최댓값을  $M$ 이라 하자.  $M^2$ 의 값을 구하시오. (단, 각  $CAB$ 는 예각이다.)



19. **2005 교육청(4점)**

그림과 같이 두 직각삼각형  $\triangle ABC$ 와  $\triangle ADE$ 가 있다.

$\overline{AB} = \overline{DE} = 3$ ,  $\overline{BC} = \overline{AD} = 4$ ,  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ,  $\angle CAE = \theta$  일 때,  $48\tan\theta$ 의 값을 구하시오.

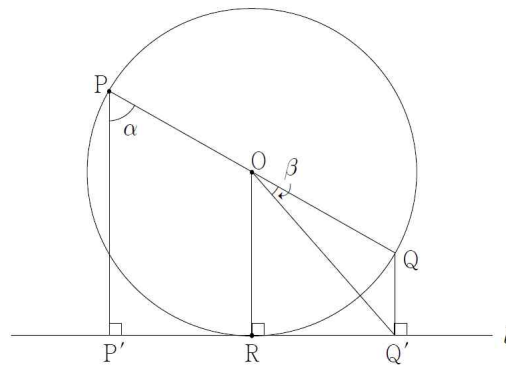


20. **2011 교육청(4점)**

중심이 O이고 선분 PQ를 지름으로 하는 원과, 원 위의 점 R에서 접하는 접선  $l$ 이 있다.

두 점 P, Q에서 접선  $l$ 에 내린 수선의 발을 각각  $P'$ ,  $Q'$ 이라 할 때,

$\angle QPP' = \alpha$ ,  $\angle QOQ' = \beta$ 라고 하자.  $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ 일 때,  $\tan\beta$ 의 값은?(단,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )



①  $\frac{8}{31}$

②  $\frac{12}{33}$

③  $\frac{17}{35}$

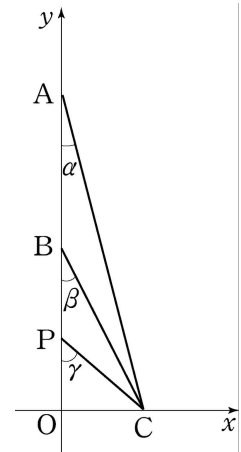
④  $\frac{20}{39}$

⑤  $\frac{24}{41}$

21. **2005 교육청(4점)**

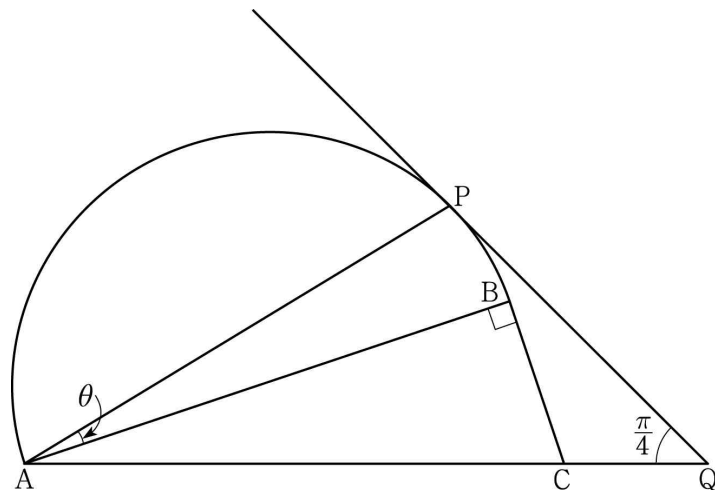
오른쪽 그림과 같이  $y$  축 위의 두 점  $A(0, 4)$ ,  $B(0, 2)$ 와  $x$  축 위의 점  $C(1, 0)$ 에 대하여  $\angle CAO = \alpha$ ,  $\angle CBO = \beta$ 라 하자. 양의  $y$  축 위의 점  $P(0, y)$ 에 대하여  $\angle CPO = \gamma$ 라 할 때,  $\alpha + \beta = \gamma$ 가 되는 점  $P$ 의  $y$  좌표는?

- ①  $\frac{5}{4}$                       ②  $\frac{6}{5}$   
 ③  $\frac{7}{6}$                       ④  $\frac{8}{7}$   
 ⑤  $\frac{9}{8}$



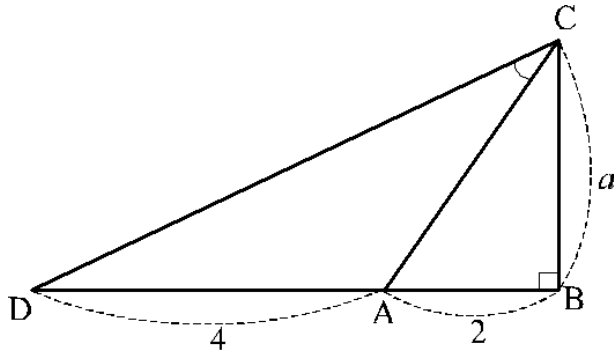
22. **2012 교육청(4점)**

그림과 같이  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{BC} = 1$ 이고  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 반원 위의 점  $P$ 에서의 접선과  $AC$ 의 연장선이 만나는 점을  $Q$ 라 하자.  $\angle PQA = \frac{\pi}{4}$ 이고  $\angle PAB = \theta$ 라 할 때,  $60 \tan 2\theta$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ )



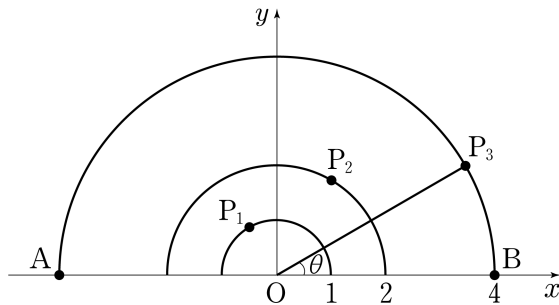
23. **2004 교육청(4점)**

그림과 같이  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{BC} = a$ ,  $\angle B = 90^\circ$  인 직각삼각형  $ABC$  에서  $\overline{AB}$  의 연장선 위에  $\overline{AD} = 4$ ,  $\overline{BD} = 6$  인 점  $D$  를 정한다.  $\tan(\angle DCA) = \frac{4}{7}$  를 만족하는  $a$  의 값을  $p, q$  라고 할 때, 곱  $pq$  의 값을 구하시오.



24. **2012 평가원(4점)**

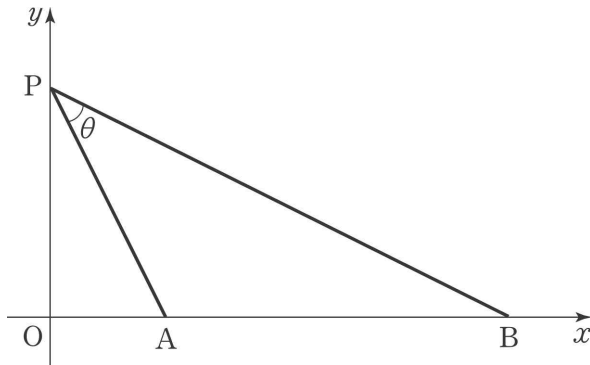
그림과 같이 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1, 2, 4인 세 반원을 각각  $O_1, O_2, O_3$  이라 하자. 세 점  $P_1, P_2, P_3$  은 선분  $OB$  위에서 동시에 출발하여 각각 세 반원  $O_1, O_2, O_3$  위를 같은 속력으로 시계 반대 방향으로 움직이고 있다.  $\angle BOP_3 = \theta$  라 하고 삼각형  $ABP_1$  의 넓이를  $S_1$ , 삼각형  $ABP_2$  의 넓이를  $S_2$ , 삼각형  $ABP_3$  의 넓이를  $S_3$  이라 하자.  $3S_3 = 2(S_1 + S_2)$  일 때,  $\cos^3 \theta$  의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )



- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
 ④  $\frac{4}{5}$                       ⑤  $\frac{5}{6}$

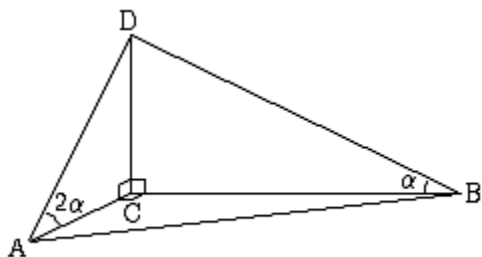
25. **2004** 평가원(4점)

그림과 같이  $x$  축 위의 두 점  $A(20, 0)$ ,  $B(80, 0)$ 와 양의  $y$  축 위의 점  $P(0, y)$ 에 대하여  $\angle APB = \theta$  라고 할 때,  $\tan \theta$ 의 값이 최대가 되는 점  $P$ 의  $y$  좌표를 구하시오.



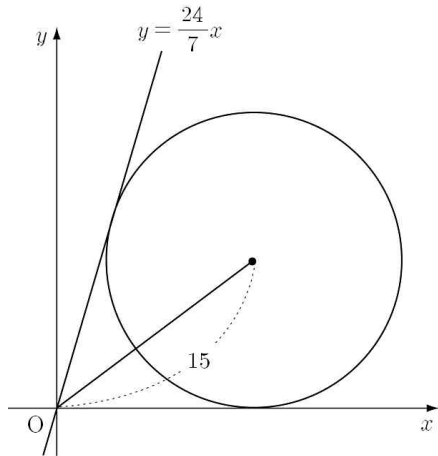
26. **2006** 교육청(4점)

그림과 같이 한 점  $C$ 에서 서로 직교하는 세 직각삼각형  $ABC$ ,  $ACD$ ,  $BDC$ 에 대하여  $\angle DBC = \alpha$ ,  $\angle DAC = 2\alpha$ 라 하자.  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\overline{AB} = 5\sqrt{73}$ 일 때, 선분  $AC$ 의 길이를 구하시오.



27. **2007 교육청(4점)**

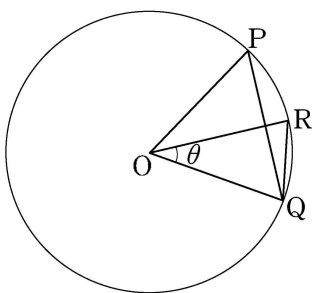
직선  $y = \frac{24}{7}x$ 와  $x$ 축에 동시에 접하고, 중심이 제1사분면에 있는 원이 있다. 원점에서 이 원의 중심까지의 거리가 15일 때, 원의 반지름의 길이는?



- ① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

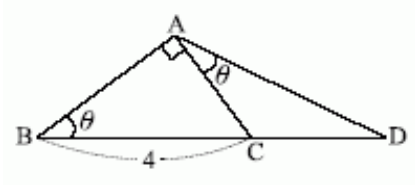
28. **2007 평가원(4점)**

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여  $\angle POQ$ 를 이등분하는 직선이 호 PQ와 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 POQ의 넓이와 삼각형 ROQ의 넓이의 비가 3 : 2이고  $\angle ROQ = \theta$ 라 할 때,  $16\cos\theta$ 의 값을 구하시오.



29. **2005 교육청(4점)**

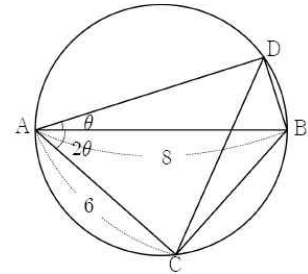
그림과 같이  $\overline{BC} = 4$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$  인 직각삼각형  $ABC$ 에서 선분  $BC$ 의 연장선위에  $\angle ABC = \angle CAD$ 가 되도록 점  $D$ 를 잡는다.  $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 다음 중 선분  $AD$ 의 길이를 나타내는 것은? (단,  $\angle ABC < 45^\circ$ )



- ①  $2\tan\theta$       ②  $2\tan 2\theta$       ③  $\cos 2\theta$       ④  $2\cos 2\theta$       ⑤  $4\sin\theta$

30. **2009 교육청(4점)**

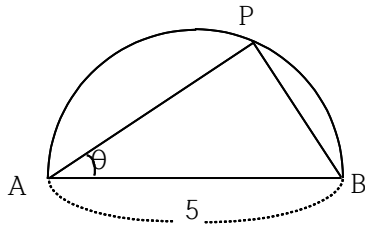
그림과 같이 지름  $\overline{AB}=8$ 인 원이 있다. 이 원 위의 두 점  $C, D$ 에 대하여  $\angle BAD = \theta$ ,  $\angle BAC = 2\theta$ 이고  $\overline{AC}=6$ 일 때, 사각형  $ACBD$ 의 넓이는?



- ①  $7\sqrt{7}$       ②  $8\sqrt{7}$       ③  $9\sqrt{7}$   
④  $10\sqrt{7}$       ⑤  $11\sqrt{7}$

31. **2004 교육청(4점)**

그림과 같이 길이가 5인  $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 위의 임의의 점  $P$ 에 대하여,  $\overline{AP} + 2\overline{BP}$ 가 최대가 되는  $\angle PAB$ 의 크기를  $\theta$ 라 할 때  $\cos\theta$ 의 값은?

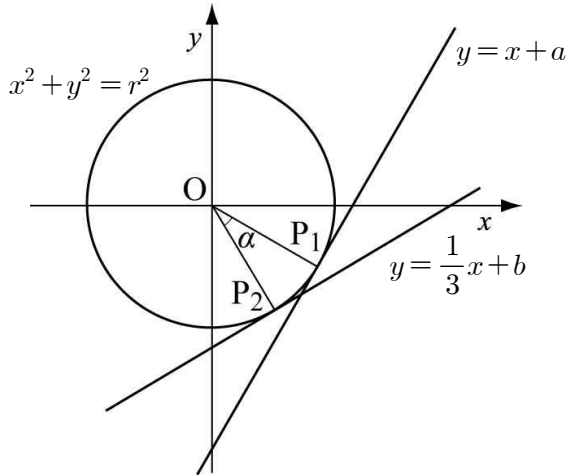


- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ④  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       ⑤  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$



32. **2008 교육청(4점)**

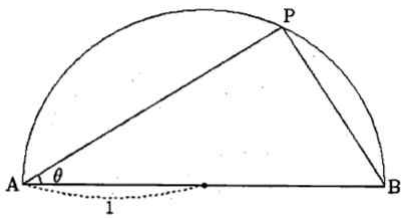
두 직선  $y = x + a$ ,  $y = \frac{1}{3}x + b$ 가 원  $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하는 점을 각각  $P_1$ ,  $P_2$ 라 하고  $\angle P_1OP_2 = \alpha$ 일 때,  $\tan \alpha$ 의 값은? (단,  $a < 0$ ,  $b < 0$ )



- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
 ④ 1                          ⑤  $\frac{5}{4}$

33. **2008 교육청(4점)**

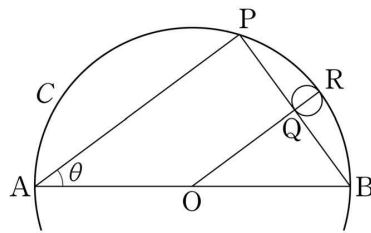
그림과 같이 반지름의 길이가 1인 반원 위의 임의의 점  $P$ 에서  $\angle PAB = \theta$ 라 한다.  $\overline{AP} + \overline{BP} = a \sin(\theta + b)$ 일 때,  $a^2b$ 의 값은? (단,  $0 \leq b \leq 2\pi$ )



- ①  $\frac{\pi}{2}$                       ②  $\pi$                       ③  $2\pi$   
 ④  $\pi^2$                       ⑤  $2\pi^2$

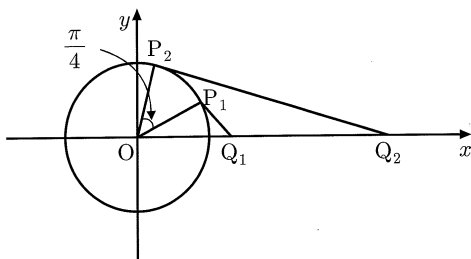
34. **2011 평가원(4점)**

중심이  $O$ 이고, 두 점  $A, B$ 를 지름의 양 끝으로 하며 반지름의 길이가 1인 원  $C$ 가 있다. 그림과 같이 원  $C$  위의 점  $P$ 에 대하여 점  $O$ 를 지나고 직선  $AP$ 와 평행한 직선이 선분  $PB$ 와 만나는 점을  $Q$ , 호  $PB$ 와 만나는 점을  $R$ 라 하자.  $\angle PAB = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )라 하고, 점  $Q$ 와 점  $R$ 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $\overline{QR} < 1$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 정수이다.)



35. **2006 수능 (3점)**

그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 1$  위의 점  $P_1$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q_1$ 이라 할 때, 삼각형  $P_1OQ_1$ 의 넓이는  $\frac{1}{4}$ 이다. 점  $P_1$ 을 원점  $O$ 를 중심으로  $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전시킨 점을  $P_2$ 라 하고, 점  $P_2$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q_2$ 라 하자. 삼각형  $P_2OQ_2$ 의 넓이는?  
(단, 점  $P_1$ 은 제1사분면 위의 점이다.)



- ① 1                      ②  $\frac{5}{4}$                       ③  $\frac{3}{2}$                       ④  $\frac{7}{4}$                       ⑤ 2

- 1) 정답 90
- 2) 정답 ⑤
- 3) 정답 ④
- 4) 정답 ⑤
- 5) 정답 16
- 6) 정답 ③
- 7) 정답 ②
- 8) 정답 ①
- 9) 정답 ②
- 10) 정답 9
- 11) 정답 32
- 12) 정답 ①
- 13) 정답 11
- 14) 정답 ①
- 15) 정답 ①
- 16) 정답 ③
- 17) 정답 70
- 18) 정답 136
- 19) 정답 14
- 20) 정답 ①
- 21) 정답 ③
- 22) 정답 30
- 23) 정답 12
- 24) 정답 ③
- 25) 정답 40
- 26) 정답 15
- 27) 정답 ④
- 28) 정답 12
- 29) 정답 ②
- 30) 정답 ④
- 31) 정답 ③
- 32) 정답 ②
- 33) 정답 ③
- 34) 정답 17
- 35) 정답 ③