

패턴 22

정적분의 성질

편집:우에노리에

1. **2008** **교육청(3점)**

다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(0)$ 의 값은?

$$\text{I. } \int f(x)dx = \{f(x)\}^2$$

$$\text{II. } \int_{-1}^1 f(x)dx = 50$$

- ① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

2. **2005** **평가원(3점)**

이차함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \frac{12}{7}x^2 - 2x \int_1^2 f(t)dt + \left\{ \int_1^2 f(t)dt \right\}^2 \text{ 일 때,}$$

$10 \int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

3. **2012** **평가원(3점)**

연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = e^x + ax + a$$

를 만족시킬 때, $f(\ln 2)$ 의 값은 (단, a 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ e
④ 3 ⑤ $2e$

8.

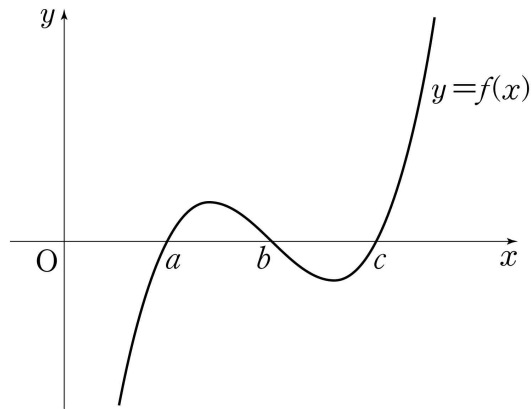
2012

평가원(3점)

삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f(x)$ 는

$$\int_a^b f(x) dx = 3, \quad \int_a^c f(x) dx = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $F(b) = F(a) + 3$

ㄴ. 점 $(c, F(c))$ 는 곡선 $y=F(x)$ 의 변곡점이다.

ㄷ. $-3 < F(a) < 0$ 이면 방정식 $F(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9.

2009

교육청(3점)

함수 $f(x) = e^x \sin \frac{\pi}{2} x$ 에 대하여 $S(t) = \int_0^t 2x\{f(t) - f(x)\} dx$ 일 때, $S'(2)$ 의 값은?

① $-2\pi e^2$ ② $-\pi e^2$ ③ πe^2 ④ $2\pi e^2$ ⑤ $\pi^2 e^2$

10. **2004** **평가원(4점)**

함수 $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x) = x^3 - 4x$
 (나) 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$

정적분 $\int_1^2 f(x) dx$ 와 같은 것은?

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| ① $\int_{2004}^{2005} f(x) dx$ | ② $-\int_{2004}^{2005} f(x) dx$ |
| ③ $\int_{2005}^{2006} f(x) dx$ | ④ $-\int_{2005}^{2006} f(x) dx$ |
| ⑤ $\int_{2006}^{2007} f(x) dx$ | |

11. **2006** **교육청(4점)**

다음 세 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^4 f(x) dx$ 이 최솟값을 가질 때, k 의 값은?

(가) 임의의 실수 x 에 대하여 $f(2+x) = f(2-x)$
 (나) $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2k + 4$
 (다) $\int_0^6 f(x) dx = k^2$

- | | | |
|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 |
| ④ 4 | ⑤ 5 | |

12. **2007** **교육청(4점)**

함수 $f_n(x) = \left(nx - \sum_{k=1}^n a_k \right)^2$ 가 $\int_0^1 f_n'(x) dx = -n^3$ 을 만족할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 은 상수)

[보 기]

$$\text{ㄱ. } \sum_{k=1}^n a_k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{ㄴ. } f_2(2) = 3$$

$$\text{ㄷ. } \int_0^{n+1} f_n(x) dx = 2 \int_0^{\frac{n+1}{2}} f_n(x) dx$$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

13. **2008** **교육청(4점)**

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여

(가) $f(x)g(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$

(나) $f'(x) = 1$

(다) $g(x) = 2 \int_1^x f(t) dt$

$\int_0^3 3g(x) dx$ 의 값을 구하시오.

14. 2005 교육청(4점)

실수전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = e^x - 1 + \int_0^x f(t) dt$$

를 만족할 때, <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단, e 는 자연로그의 밑)

[보 기]

ㄱ. $f(0) = 0$ 이다.

ㄴ. $f'(0) = 0$ 이다.

ㄷ. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > f(x)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 2011 교육청(4점)

x 에 대한 방정식 $\int_0^x |t-1| dt = x$ 의 양수인 실근이 $m+n\sqrt{2}$ 일 때, m^3+n^3 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 유리수이다.)

16. 2011 평가원(4점)

구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

(가) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = 1$

(나) $\cos x \int_0^x f(t) dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$ (단, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

17. 2008 수능 (2점)

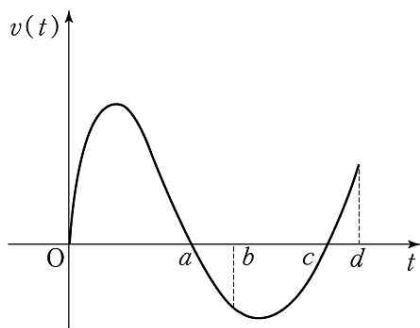
함수 $f(x) = 6x^2 + 2ax$ 가 $\int_0^1 f(x) dx = f(1)$ 을 만족시킬 때,

상수 a 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

18. 2006 수능 (3점)

다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($0 \leq t \leq d$)에서의 속도 $v(t)$ 를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)| dt = \int_a^d |v(t)| dt$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $0 < a < b < c < d$ 이다.)

[보 기]

ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.

ㄴ. $\int_0^c v(t) dt = \int_c^d v(t) dt$

ㄷ. $\int_0^b v(t) dt = \int_b^d |v(t)| dt$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. **2006 수능 (3점)**

다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

20. **2006 수능 (3점)**

함수 $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다.

$$g(0) = 0 \text{이고 } \int_a^{3a} g(x)dx - \int_0^{2a} f(x)dx = 32$$

일 때, a^4 의 값을 구하시오.

21. **2013 수능 (3점)**

연속함수 $f(x)$ 가 $f(x) = e^{x^2} + \int_0^1 tf(t)dt$ 를 만족시킬 때, $\int_0^1 xf(x)dx$ 의 값은?

- ① $e - 2$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
- ④ $e - 1$ ⑤ $\frac{e+1}{2}$

22.

2010	수능 (4점)
------	---------

삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수 $t (t \geq -1)$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자.

$\int_{-1}^1 g(t) dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

23.

2012	수능 (4점)
------	---------

함수 $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$ 에 대하여 함수 $F(x)$ 를 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 라 하자. 미분가능한

함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $F(g(x)) = \frac{1}{2}F(x)$ 를 만족시킨다. $g'(2) = p$ 일 때,

$30p$ 의 값을 구하시오.

- 1) 정답 ⑤
- 2) 정답 20
- 3) 정답 ①
- 4) 정답 ⑤
- 5) 정답 4
- 6) 정답 ①
- 7) 정답 ①
- 8) 정답 ③
- 9) 정답 ①
- 10) 정답 ③
- 11) 정답 ①
- 12) 정답 ④
- 13) 정답 27
- 14) 정답 ④
- 15) 정답 9
- 16) 정답 ④
- 17) 정답 ①
- 18) 정답 ④
- 19) 정답 16
- 20) 정답 16
- 21) 정답 ④
- 22) 정답 17
- 23) 정답 37