

제 2 교시

수학 영역

 모수_모두의수학
 모수 | 모두의수학

5 지선 다형

1. $\sqrt{\frac{20}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

$$\sqrt{\frac{20}{3} \times \frac{6}{5}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

* $a < 0, b < 0$ 이면 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$
 그 외에는 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

2. 다항식 $(2x-1)(x+3)$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$6x - x = 5x$$

3. $\sin 60^\circ \times \cos 30^\circ$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

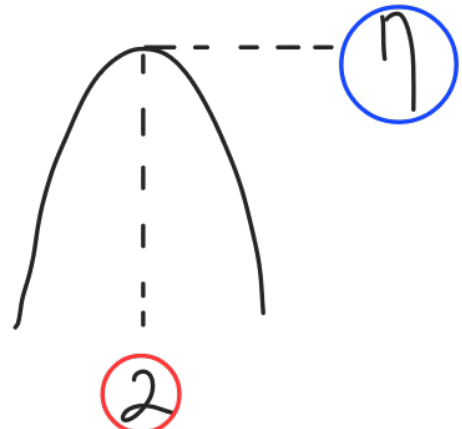
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$$

| | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
|-----|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Sin | $\frac{\sqrt{0}}{2}$ | $\frac{\sqrt{1}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{4}}{2}$ |
| Cos | $\frac{\sqrt{4}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{1}}{2}$ | $\frac{\sqrt{0}}{2}$ |

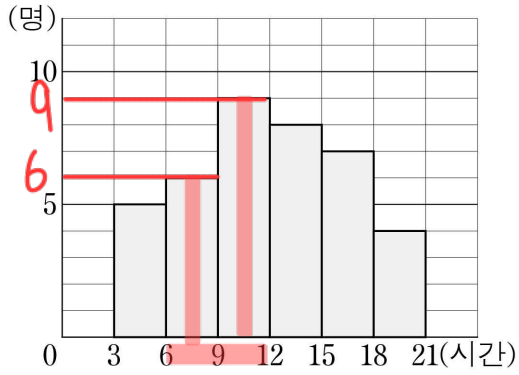
4. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 y 좌표는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$$\begin{aligned}
 y &= -(x^2 - 4x + 4) + 7 \\
 &= -\underbrace{(x-2)^2}_{=0} + 7 \\
 &\quad x=2 \quad y=7
 \end{aligned}$$



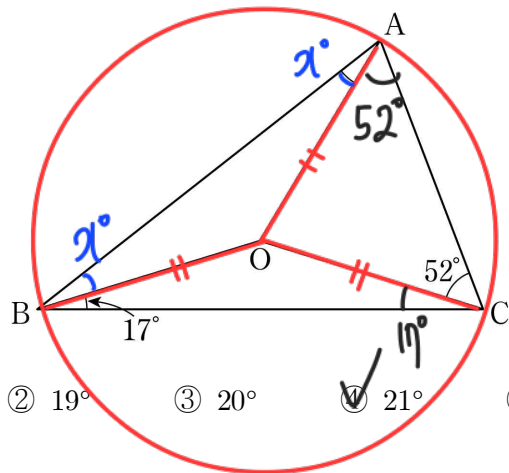
5. 다음은 어느 봉사 동아리 학생들의 한 달 동안의 봉사 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램이다.



한 달 동안의 봉사 시간이 6시간 이상 12시간 미만인 학생의 수는? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

6. 그림과 같이 삼각형 ABC의 외심을 O라 하자. $\angle OBC = 17^\circ$, $\angle OCA = 52^\circ$ 일 때, 각 OAB의 크기는? [3점]



- ① 18° ② 19° ③ 20° ④ 21° ⑤ 22°

$$2x^\circ + 34^\circ + 104^\circ = 180^\circ$$

$$x + 69 = 90$$

$$x = 21$$

7. 일차부등식 $\frac{x+5}{2} - x \leq a$ 의 해가 $x \geq 4$ 일 때, 실수 a의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

음수 곱하거나 나누면 부등호 방향 반대

$$\times 2$$

$$x+5-2x \leq 2a$$

$$-x+5 \leq 2a$$

$$-x \leq 2a-5$$

$$x \geq -2a+5=4$$

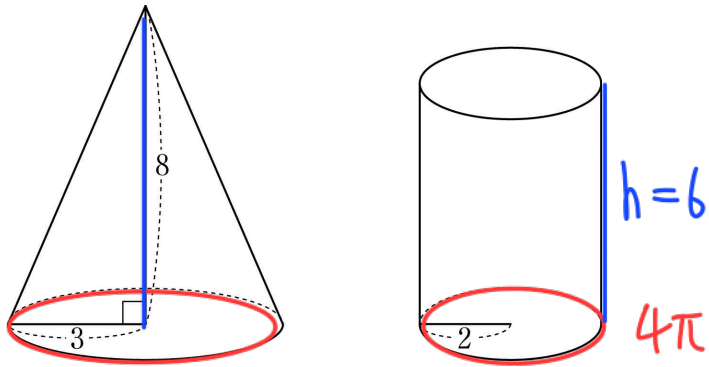
$$2a = 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

고 1

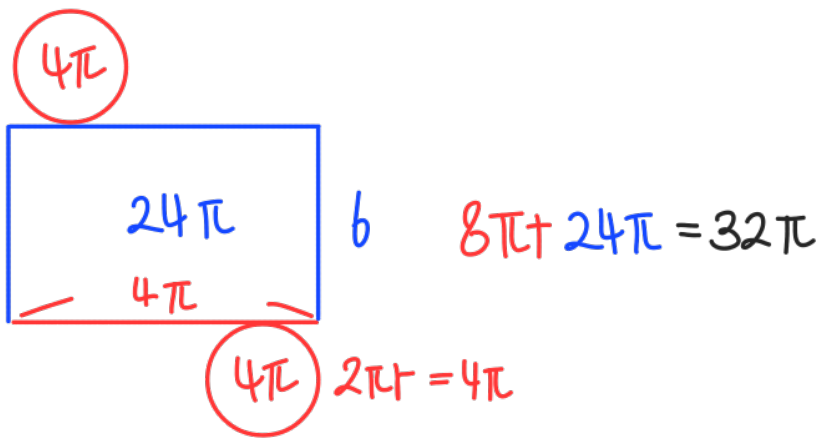
수학 영역

8. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3이고 높이가 8인 원뿔과 밑면의 반지름의 길이가 2인 원기둥이 있다. 두 입체도형의 부피가 같을 때, 원기둥의 겉넓이는? [3점]



- ① 32π ② 34π ③ 36π ④ 38π ⑤ 40π

$V_1 = \frac{1}{3} \times 9\pi \times 8 = 24\pi$ $V_2 = 4\pi \times h$
 $24\pi = 4\pi \cdot h$ $h = 6$



9. 두 일차방정식

$ax + 4y = 12$, $2x + ay = a + 5$

의 그래프의 교점이 y축 위에 있을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

$a=0$: $\begin{cases} 4y = 12, y = 3 \\ ay = a + 5 \end{cases}$ 같다.
 $3a = a + 5$, $a = \frac{5}{2}$

10. $2 - \sqrt{6}$ 보다 크고 $5 + \sqrt{15}$ 보다 작은 정수의 개수는? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$2 = \sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$

$-1 < 2 - \sqrt{6} < 0$
 $= -0.xx$

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16} = 4$

$8 < 5 + \sqrt{15} < 9$
 $= 8.xx$

$-0.xx < \text{정수} < 8.xx$

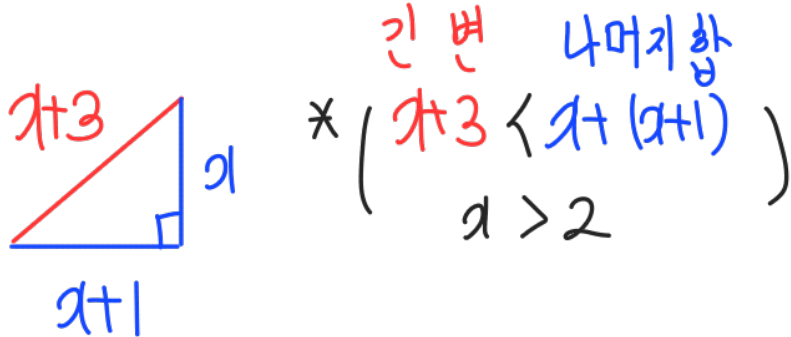
$\hookrightarrow 0, 1, 2, 3, \dots, 8$
 $\Rightarrow 9$ 개

4

수학 영역

11. 세 변의 길이가 각각 $x, x+1, x+3$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, x 의 값은? (단, $x > 2$) [3점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $2 + \sqrt{3}$ ③ $1 + 2\sqrt{3}$
- ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{3}$



$$(x+3)^2 = x^2 + (x+1)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$(x-2)^2 = 12$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

$x > 2$ 이므로 $2 + 2\sqrt{3}$

12. 어느 학교에서 학생들에게 나누어 줄 구슬을 구입하였다.

구입한 구슬을 ① 한 상자에 250개씩 n 개의 상자에 담았더니 50개의 구슬이 남았고 ② 한 상자에 200개씩 $n+1$ 개의 상자에 담았더니 100개의 구슬이 남았다. 이 학교에서 구입한 구슬의 총 개수는? [3점]

- ① 800 ② 1050 ③ 1300 ④ 1550 ⑤ 1800

구슬 총 개수

① $250 \times n + 50$

) $50n = 250$

② $200 \times (n+1) + 100$

$n = 5$

$$250 \times 5 + 50 = 1300$$

13. 두 이차방정식

$$x^2 - x - 2 = 0, 2x^2 + kx - 6 = 0$$

이 공통인 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

풀이 1

$$(x-2)(x+1) = 0, \quad x=2 \text{ 또는 } x=-1$$

$$x=2 \text{ 가 공통인 해. } 2 \times 2^2 + 2k - 6 = 0.$$

$$k = -1$$

$$x=-1 \text{ 이 공통인 해. } 2 \times (-1)^2 - k - 6 = 0.$$

$$k = -4$$

$$-1 - 4 = -5.$$

풀이 2

공통인 해 d

$$d^2 - d - 2 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$2d^2 + kd - 6 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - 2 \times \textcircled{1} : (k+2)d - 2 = 0.$$

$$d = \frac{2}{k+2} \quad (k \neq -2)$$

$$\frac{2}{k+2} = 2, -1$$

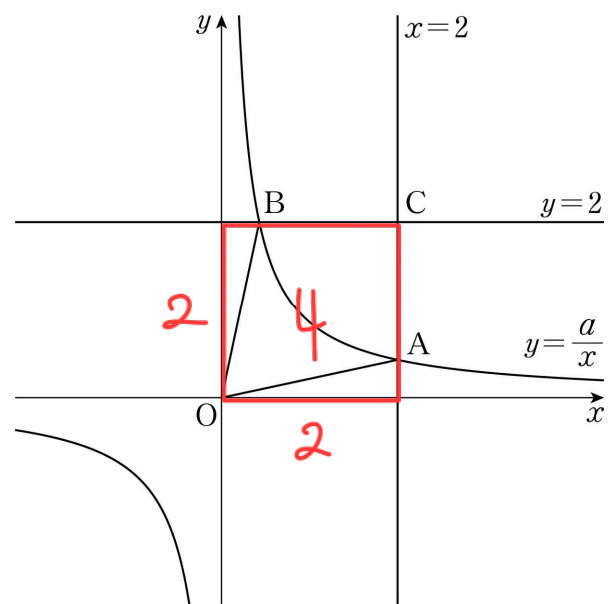
$$k = -1, -4.$$

14. 그림과 같이 반비례 관계 $y = \frac{a}{x} (a > 0)$ 의 그래프가 두 직선

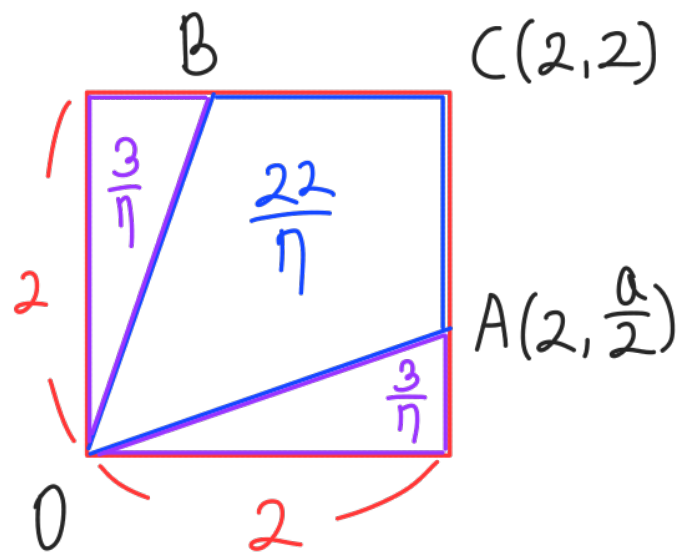
$x=2, y=2$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 C(2, 2)에

대하여 사각형 OACB의 넓이가 $\frac{22}{7}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

(단, O는 원점이고, 점 A의 y 좌표는 2보다 작다.) [4점]



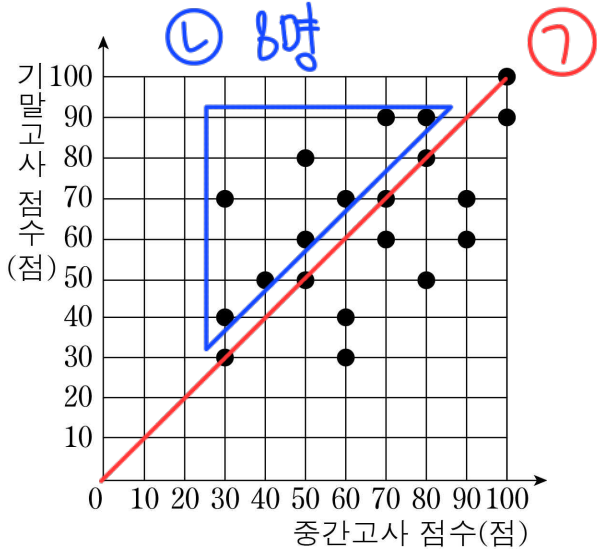
- ① $\frac{6}{7}$ ② 1 ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{9}{7}$ ⑤ $\frac{10}{7}$



$$\frac{3}{7} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{a}{2}$$

$$a = \frac{6}{7}$$

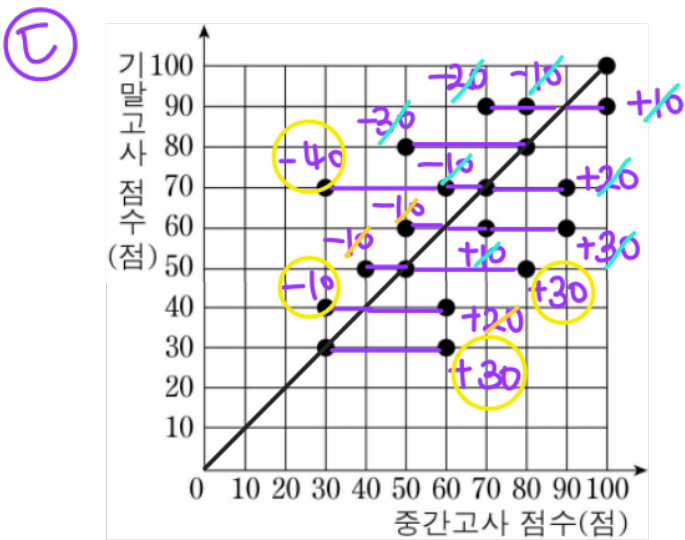
15. 다음은 어느 학급 학생 20명의 수학 과목의 중간고사 점수와 기말고사 점수에 대한 산점도이다.



위의 산점도에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보기 >
- ㉠. 중간고사와 기말고사의 점수에 변화가 없는 학생의 수는 5이다.
 - ㉡. 기말고사 점수가 중간고사 점수보다 높은 학생의 비율은 학급 학생 20명의 40%이다.
 - ㉢. 중간고사 점수의 평균은 기말고사 점수의 평균보다 크다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



(중간 총합) - (기말 총합)

= -40 - 10 + 30 + 30 > 0.

16. 서로 다른 네 실수 $a, b, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}$ 에 대응하는 점을 수직선 위에 나타내면 이웃한 두 점 사이의 거리가 모두 같다.

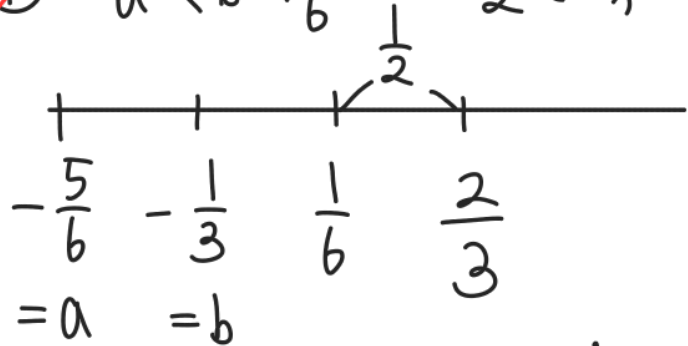
$ab < 0$ 일 때, $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{11}{12}$ ④ 1 ⑤ $\frac{13}{12}$

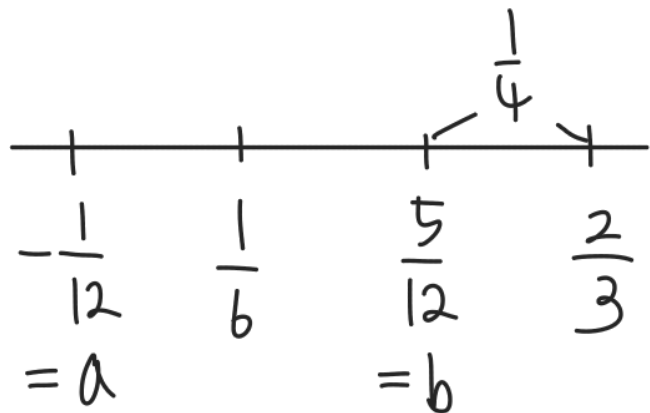
a, b 양수 하나, 음수 하나

$a < 0, b > 0$ 라 하자.

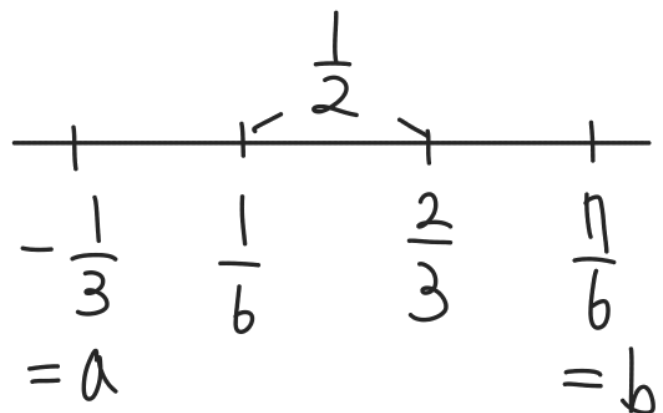
① $a < b < \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{2}$ 간격, $b < 0$ 되어 만족 X



② $a < \frac{1}{6} < b < \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{4}$ 간격, $a+b = \frac{1}{3}$



③ $a < \frac{1}{6} < \frac{2}{3} < b \Rightarrow \frac{1}{2}$ 간격, $a+b = \frac{5}{6}$



수학 영역 ① 지름의 원주각 ↔ 직각 ② 평행선 ↔ 동위각 크기 같다 7

17. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. $a^2 \times 3^b \times 5$ 가 $2^2 \times 3^5$ 의 배수일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{36}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

a^2 이 $2^2=4$ 의 배수

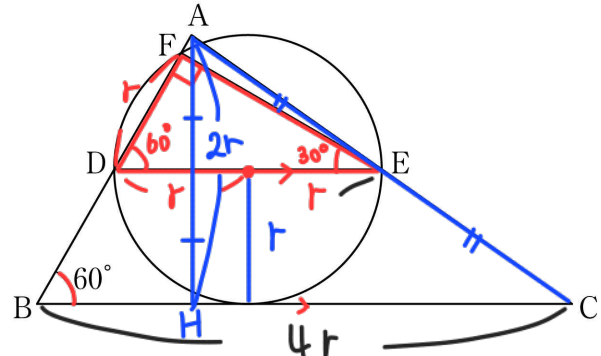
$a = 2, 4, 6 \rightarrow 3$ 가지

3^b 이 3^5 의 배수

$b = 5, 6 \rightarrow 2$ 가지

$$\frac{3 \times 2}{6 \times 6} = \frac{1}{6}$$

18. 그림과 같이 $\angle ABC = 60^\circ$ 인 삼각형 ABC의 두 변 AB, AC의 중점을 각각 D, E라 하자. 선분 DE를 지름으로 하는 원이 선분 BC와 접할 때, 이 원이 선분 AB와 만나는 점 중 D가 아닌 점을 F라 하자.



다음은 삼각형 ABC의 넓이가 16일 때, 삼각형 AFE의 넓이를 구하는 과정이다.

원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{DE} = 2r, \overline{BC} = 4r$$

이다.

점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \text{(가)} \times r \quad a=2$$

이고, $\triangle ABC = 16$ 이므로

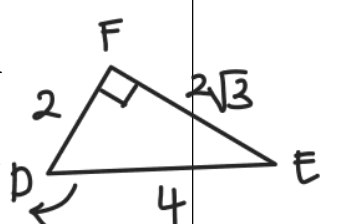
$$r = \text{(나)} \quad b=2 \quad 16 = \frac{1}{2} \times 4r \times 2r, r^2 = 4$$

이다.

삼각형 ADE와 삼각형 ABC는 서로 닮음이므로 $\triangle ADE = 4$ 이다.

삼각형 FDE에서 꼭짓점 F는 원 위의 점이므로 삼각형 FDE의 넓이는 (다)이다. $c = 2\sqrt{3}$

따라서 구하는 삼각형 AFE의 넓이는 $4 - \text{(다)}$ 이다.



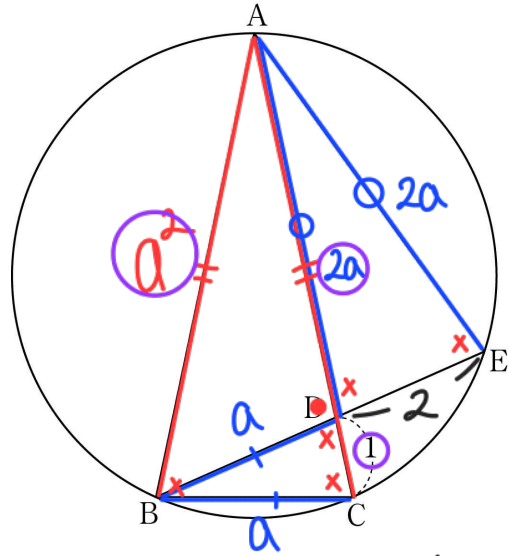
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a \times b \times c$ 의 값은? [4점]

- ① $5\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $7\sqrt{3}$
 ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

8 호의 길이 같으면 원주각 크기 같다 수학 영역 o, x 각 표시하여 답음 표시

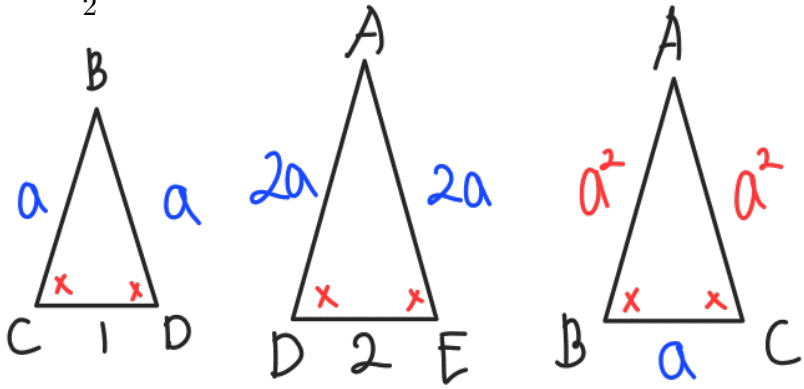
19. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에 외접하는 원이 있다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여 원과 직선 BD가 만나는 점 중 B가 아닌 점을 E라 하자. $\overline{AE} = 2\overline{BC}$, $\overline{CD} = 1$ 이고 $\angle ADB + \angle AEB = 180^\circ$ 일 때, 선분 BC의 길이는? [4점]

● ×



- ① $3 - \sqrt{2}$
- ② $\frac{7}{3}$
- ③ $1 + \sqrt{2}$
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ $4 - \sqrt{2}$

다오
200



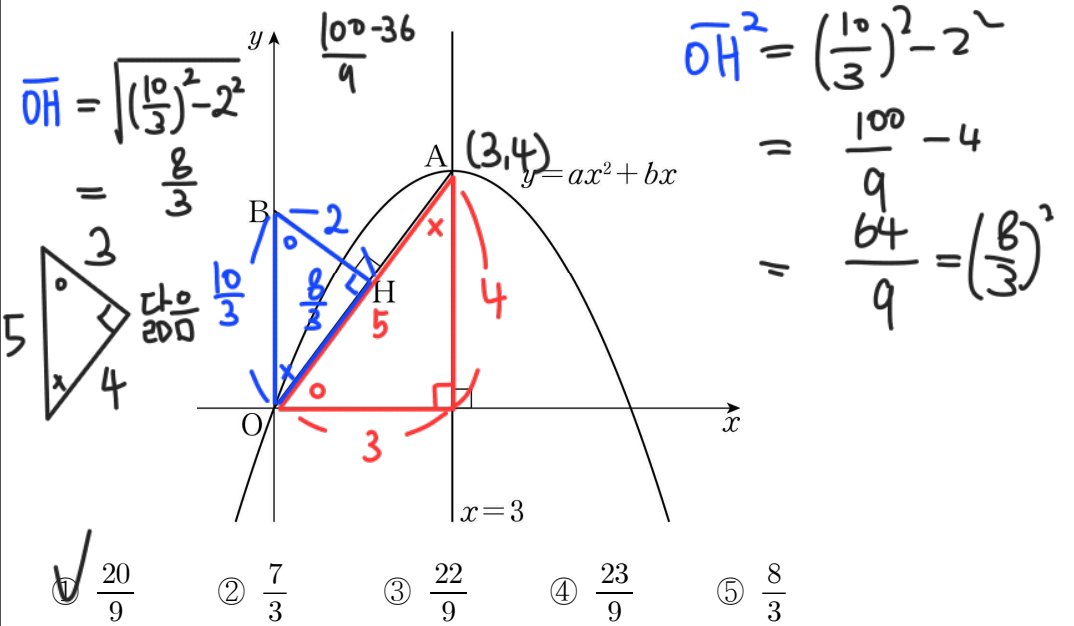
$$a^2 = 2a + 1$$

$$a^2 - 2a + 1 = 2$$

$$(a-1)^2 = 2$$

$$a = 1 + \sqrt{2}$$

20. 그림과 같이 제1사분면 위의 점 A를 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = ax^2 + bx$ 의 그래프가 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이다. 점 $B(0, \frac{10}{3})$ 에서 선분 OA에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{BH} = 2$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, O는 원점이다.) [4점]



$$A(3, 4)$$

$$y = a(x-3)^2 + 4 \leftarrow (0, 0)$$

$$0 = 9a + 4, \quad a = -\frac{4}{9}$$

$$y = -\frac{4}{9}x^2 + \frac{8}{3}x$$

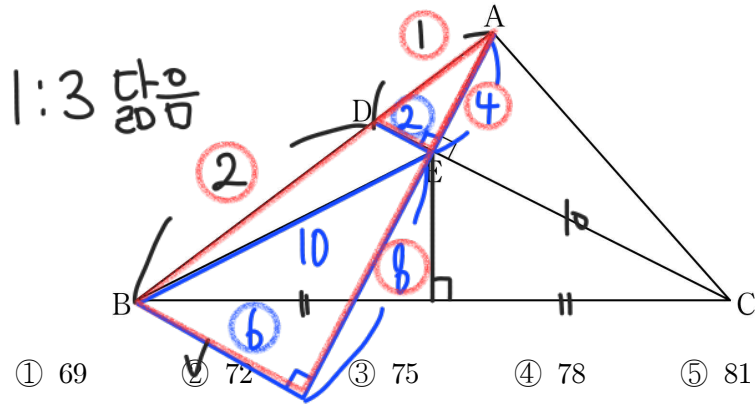
$$a+b = -\frac{4}{9} + \frac{8}{3} = \frac{20}{9}$$

고 1

① 평행선 고어 닮음 찾기
 ② 넓이버는 밑변버

수학 영역

21. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 AB 위의 점 D에 대하여 $BD=2AD$ 이다. 점 A에서 선분 CD에 내린 수선의 발 E에 대하여 $\overline{AE}=4$, $\overline{BE}=\overline{CE}=10$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, $\angle CAB > 90^\circ$) [4점]



$$\begin{aligned} \triangle ABC &= 3 \triangle ADC \\ &= 3 \times \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{AE} \\ &= 3 \times \frac{1}{2} \times 12 \times 4 \\ &= 72 \end{aligned}$$

단답형

22. 일차함수 $y=3x+a$ 의 그래프가 점 $(-3, 2)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

$$2 = 3 \times (-3) + a$$

$$a = 11$$

11

23. 다항식 $x^2-2x-80$ 이 $x+a$ 를 인수로 가진다. a 가 자연수일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

풀이1 직접 인수분해

$$x^2 - 2x - 80 = (x-10)(x+8)$$

$a=8$ 8

풀이2 인수정리

$$x = -a \text{ 대입 } x^2 + 2a - 80 = 0$$

$$(a+10)(a-8) = 0.$$

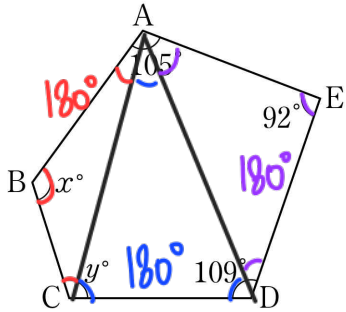
$$a = -10 \text{ 또는 } a = 8.$$

10

수학 영역

24. 그림과 같이 오각형 ABCDE에서 $\angle A = 105^\circ$, $\angle B = x^\circ$, $\angle C = y^\circ$, $\angle D = 109^\circ$, $\angle E = 92^\circ$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하시오. [3점]

다각형 내각의 합
→ 몇개의 삼각형인지.



$$\text{내각의 합} : 180^\circ \times 3 = x^\circ + y^\circ + 109^\circ + 92^\circ + 105^\circ$$

$$540 = x + y + 306$$

$$x + y = 234$$

234

25. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [3점]

- (가) n 은 4의 배수이다. 4.8.12.16. ... 96.
- (나) n 의 소인수의 개수가 3이다.

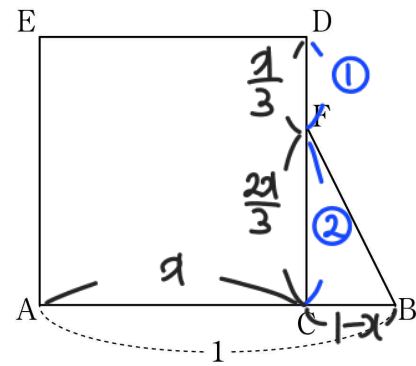
(가) $n = 12, \dots, 92, 96$

최댓값이냐 큰 것부터 확인

| n | 소인수 개수 | |
|--|--------|---|
| $96 = 32 \times 3 = 2^5 \times 3$ | 2 | X |
| $92 = 4 \times 23 = 2^2 \times 23$ | 2 | X |
| $88 = 8 \times 11 = 2^3 \times 11$ | 2 | X |
| $84 = 4 \times 21 = 2^2 \times 3 \times 7$ | 3 | O |

84

26. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB 위의 점 C에 대하여 선분 AC를 한 변으로 하는 정사각형 ACDE가 있다. 선분 CD를 삼등분하는 점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하자. 정사각형 ACDE의 넓이와 삼각형 BFC의 넓이의 합이 $\frac{5}{8}$ 일 때, $\overline{AC} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$$a^2 + \frac{1}{2} \times (1-a) \times \frac{2a}{3} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{3}a - \frac{5}{8} = 0$$

$$16a^2 + 8a - 15 = 0$$

$$(4a-3)(4a+5) = 0.$$

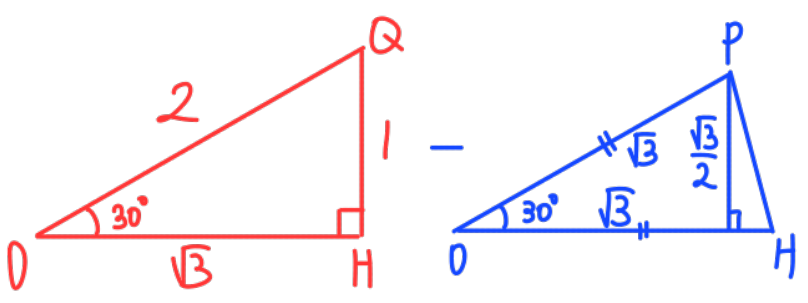
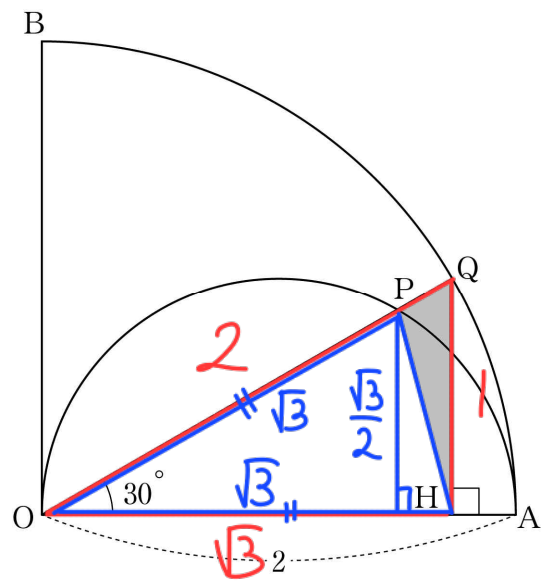
$$a = \frac{3}{4} \text{ 또는 } a = -\frac{5}{4}$$

$$4+3=n \quad \boxed{n}$$

고 1

수학 영역

27. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA를 지름으로 하는 반원의 호 위의 점 P에 대하여 직선 OP가 호 AB와 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\angle QOA = 30^\circ$ 일 때, 삼각형 PHQ의 넓이는 $\frac{a\sqrt{3}-b}{4}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 자연수이다.) [4점]



$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2\sqrt{3}-3}{4}$$

$a=2, b=3.$ 5

28. 다음은 8명의 학생이 1년 동안 읽은 책의 권수를 조사하여 나타낸 자료이다.

| |
|-------------------------|
| 4, 3, 12, 5, 4, a, b, c |
|-------------------------|

이 자료의 중앙값과 평균이 모두 7일 때, 분산을 구하시오. [4점]

평균 $\bar{x} = \frac{4+3+12+5+4+a+b+c}{8}$

$a+b+c = 28$

중앙값 : 작은 것부터 4, 5번째의 평균이 7
 4, 5번째의 합이 14

$a, b, c \geq 9$

3, 4, 4, 5, 9, _____
 중앙값 7

$a, b, c \geq 9$ 이므로 $a, b, c = 9, 9, 10$

| | | | | | | | | |
|-------------------|----|----|----|----|---|---|----|----|
| | 3 | 4 | 4 | 5 | 9 | 9 | 10 | 12 |
| 편차 | -4 | -3 | -3 | -2 | 2 | 2 | 3 | 5 |
| (편차) ² | 16 | 9 | 9 | 4 | 4 | 4 | 9 | 25 |

(분산) = $\frac{16+9+9+4+4+4+9+25}{8}$

= $\frac{50+30}{8} = 10$ 10

12 이차함수는 대칭성

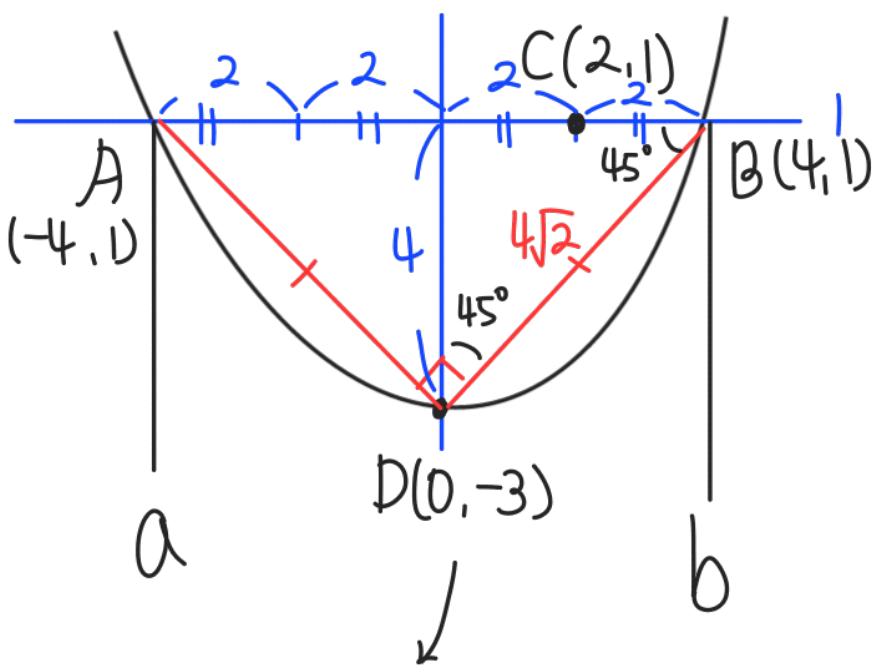
수학 영역 ① 평행선 → 닮음 찾기 ② 밑변비 = 넓이비 (공통높이) 고 1

29. 좌표평면에서 이차함수의 계수가 양수인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a < 2 < b$ 인 두 수 a, b 에 대하여 $A(a, 1), B(b, 1)$ 이다.
- (나) 점 $C(2, 1)$ 에 대하여 $\overline{AC} = 3\overline{BC}$ 이다.

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 D에 대하여 삼각형 ADB가 $\angle ADB = 90^\circ$ 인 이등변삼각형이고 넓이가 16일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$16 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}$$



$$y = kx^2 - 3 \quad \rightarrow (4, 1)$$

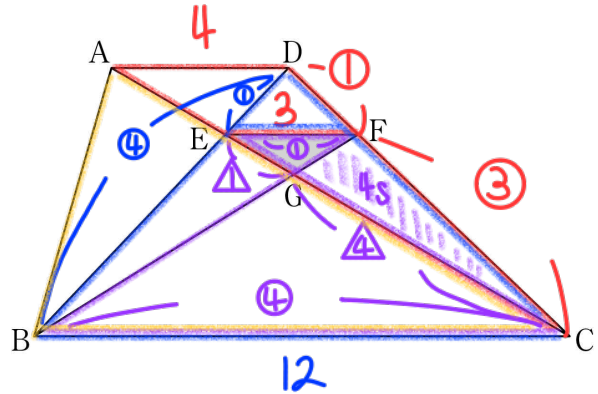
$$1 = 16k - 3, \quad k = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 3$$

$$f(8) = 16 - 3 = 13$$

13

30. 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 두 대각선의 교점을 E라 하자. 점 E를 지나고 선분 AD와 평행한 직선이 선분 CD와 만나는 점을 F라 하고, 두 선분 AC, BF의 교점을 G라 하자. $\overline{AD} = 4, \overline{EF} = 3$ 일 때, 사다리꼴 ABCD의 넓이는 삼각형 EGF의 넓이의 k 배이다. $9k$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$\begin{aligned} \triangle EFG &= S \\ \triangle EFC &= 5S && \left. \begin{array}{l} \overline{EG} : \overline{EC} = 1 : 5 \\ \text{다음은 비 } 3 : 4 \Rightarrow \text{넓이비 } 9 : 16 \end{array} \right\} \\ \triangle ADC &= \frac{80}{9}S && \left. \begin{array}{l} \overline{ED} : \overline{EB} = 1 : 3 \end{array} \right\} \\ \triangle ABC &= \frac{80}{3}S \end{aligned}$$

$$\square ABCD = \frac{80}{9}S + \frac{80}{3}S = \frac{320}{9}S$$

$$k = \frac{320}{9}, \quad 9k = 320$$

320

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.