랑데뷰 라이트 N제

해설편

orbi.kr

3.
정답 5

함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)g(x)$라 하면

$f(1)=h(1)=2$

$f(1)=2$, $f(1)g(1)=2$에서 $g(1)=1$

$h'(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$에서

$h'(1)=2g'(1)+f'(1)$

이때 $f'(1)=h'(1)$이므로 $g'(1)=0$

함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로

$g(x)=(x-1)^2+1$

따라서 $g(3)=2^2+1=5$

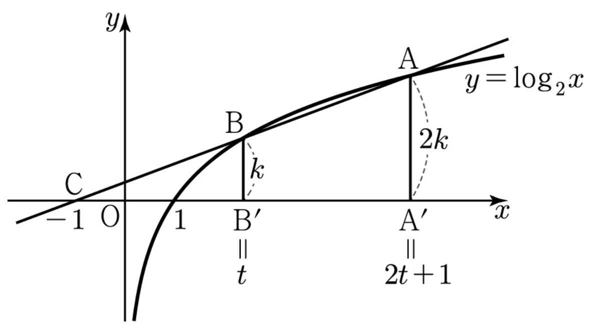
4.
정답 ①

그림 배용제T

그림과 같이 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 A$'$, B$'$라 하면 $\overline{\mathrm{AC}}=2\times\overline{\mathrm{BC}}$에서

$\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{AC}}=1:2$에서 $\overline{\mathrm{B'C}}:\overline{\mathrm{A'C}}=1:2$이므로

점 B$'(t, 0)$이라 하면 $\overline{\mathrm{B'C}}=t+1$이므로 $\overline{\mathrm{A'C}}=2t+2$이다.



따라서 점 A$'(2t+1, 0)$이다.

$\overline{\mathrm{AA'}}:\overline{\mathrm{BB'}}=2:1$에서

$2\log_2 t=\log_2(2t+1)$

$t^2=2t+1$

$t^2-2t-1=0$

$t=1+\sqrt{2}$ $(\because t>0)$

5.
정답 ④

그림 이호진T

삼각형 CDE에서 $\overline{\mathrm{CB}}=\overline{\mathrm{CD}}$이므로

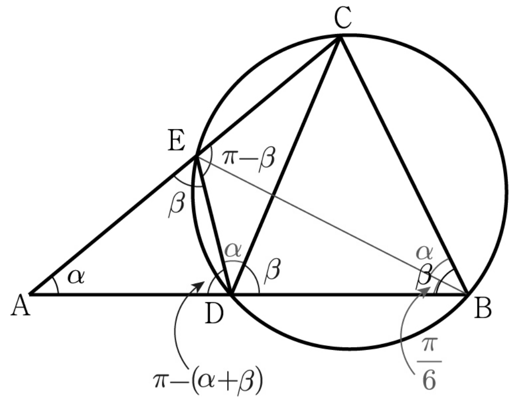
$\angle B=\angle\mathrm{CDB}=\beta$이다.

원에 내접하는 사각형 BCED에서 $\angle\mathrm{CED}=\pi-\beta$

따라서 $\angle\mathrm{AED}=\beta$이다.

$\angle\mathrm{ADE}=\pi-(\alpha+\beta)$

그러므로 $\angle\mathrm{CDE}=\alpha$



$\dfrac{\overline{\mathrm{CE}}}{\sin\alpha}=6$에서 원의 반지름의 길이가 3이다.

호 CE에 대한 원주각으로 $\angle\mathrm{CDE}=\angle\mathrm{CBE}=\alpha$이므로

$\angle\mathrm{EBD}=\beta-\alpha=\dfrac{\pi}{6}$

삼각형 BDE에서 $\dfrac{\overline{\mathrm{DE}}}{\sin(\angle\mathrm{DBE})}=\dfrac{\overline{\mathrm{DE}}}{\sin\frac{\pi}{6}}=6$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DE}}=6\times\dfrac{1}{2}=3$

6.
정답 ①

임의로 선택한 하나의 주머니에서 동시에 꺼낸 2 개의 구슬이 모두 검은색일 확률

$\dfrac{1}{2}\times1+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_4\mathrm{C}_2}=\dfrac{7}{12}$,

A주머니에서 꺼낸 2 개의 구슬이 모두 검은색일 확률

$\dfrac{1}{2}$이므로 구하는 조건부 확률은 $\dfrac{6}{7}$ 이다.

7.
정답 ⑤

이 지역 300 명 중 임의로 선택한 1 명이 뮤지컬 관람을 희망한 사람일 사건을 X,

영화 관람을 희망한 사람일 사건을 Y라 하면

$$\mathrm{P}(Y\mid X)=\frac{\mathrm{P}(X\cap Y)}{\mathrm{P}(X)}=\frac{\frac{90}{300}}{\frac{140}{300}}=\frac{90}{140}=\frac{9}{14}$$

29회 | 정답 및 해설

1. 정답 ④

$\lim_{x\to1}\frac{g(x)-f(x)}{x-1}=3$이고 $\lim_{x\to1}(x-1)=0$이므로

$\lim_{x\to1}\{g(x)-f(x)\}=0$

$f(x)$, $g(x)$가 모두 다항함수이므로 $f(1)=g(1)$이고

$f(1)=4$이므로 $g(1)=4$

$\lim_{x\to1}\frac{g(x)-f(x)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1}\frac{\{g(x)-g(1)\}-\{f(x)-f(1)\}}{x-1}$

$=g'(1)-f'(1)=3$

$f'(1)=3$이므로 $g'(1)=6$

$g(x)=x^2+ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$g'(x)=2x+a$

$g(1)=1+a+b=4$, $g'(1)=2+a=6$

에서 $a=4$, $b=-1$

$g(x)=x^2+4x-2$

따라서 $g(2)=4+8-1=11$

2. 정답 ④

$\sum_{n=1}^{10}a_n+\sum_{n=1}^{10}b_n$

$=\frac{10(2a_1+9d)}{2}+\frac{10(2b_1-9d)}{2}$

$=10a_1+45d+10a_1-45d$

$=20a_1=40$

$\therefore\ a_1=2$

$(a_1)^2+(b_1)^2=4+4=8$

3. 정답 1

$f(x)=x^3+3x^2-9x+6-k$라 하면

$f'(x)=3(x+3)(x-1)$

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$33-k$ (극댓값)	$\searrow$	$1-k$ (극솟값)	$\nearrow$

따라서

$1-k\ \geq\ 0$

$k\ \leq\ 1$

4. 정답 ①

점 A의 x좌표를 t $(t>0)$라 두면 $\overline{\mathrm{AH}}=\log_2(t+1)$

$\log_2(t+1)=-\log_2 t+a$

$\log_2\{t(t+1)\}=a$ ⋯㉠

$t^2+t=2^a$이다.

점 B의 x좌표는 $-\log_2 x+a=0$에서 $x=2^a$이다.

따라서 $\overline{\mathrm{OB}}=2^a$

$\overline{\mathrm{OB}}=2^{\overline{\mathrm{AH}}}$에서 $2^a=2^{\overline{\mathrm{AH}}}$

$a=\log_2(t+1)$

㉠에서 $t=1$

따라서 $1^2+1=2^a$

$\therefore\ a=1$이다.

5. 정답 ②

(가)에서 $a_{11-n}=10-a_n$이므로

$a_{10}=10-a_1$

$a_9=10-a_2$

$\vdots$

$a_6=10-a_5$

이다.

$a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10}=50-\sum_{n=1}^{5}a_n=40$ ⋯㉠

(나)에서 $a_{n+1}=-a_n+n$

$a_7=-a_6+6$

$a_8=-a_7+7=a_6+1$

$a_9=-a_8+8=-a_6+7$

$a_{10}=-a_9+9=a_6+2$

이다.

따라서 ㉠에서

$a_6+(-a_6+6)+(a_6+1)+(-a_6+7)+(a_6+2)=40$

$a_6+16=40$

$\therefore\ a_6=24$

10.
정답 ②

$\mathrm{A}'(1,\ -2,\ -3)$, $\mathrm{B}'(0,\ -2,\ -1)$이므로

$\overline{\mathrm{A}'\mathrm{B}'}=\sqrt{1+0+4}=\sqrt{5}$

두 점 A'와 B'의 z좌표가 모두 음수이고 두 점을 xy평면 위로 정사영 시킨 점을 각각 A'', B''이라 하면

$\mathrm{A}''(1,\ -2,\ 0)$, $\mathrm{B}'(0,\ -2,\ 0)$이다.

따라서 $\overline{\mathrm{A}''\mathrm{B}''}=\sqrt{1+0+0}=1$

정사영의 길이 관계에서 $1=\sqrt{5}\cos\theta$에서

$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$이다.

직선 $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$와 xy평면 이 이루는 각이 θ이므로

$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$이다.

11.
정답 ⑤

$y^2-4x+4=0$

$y^2=4x-4$

$y^2=4(x-1)$에서 포물선의 초점은 $(2,\ 0)$, 준선은 $x=0$ (y축)이다.

따라서 원의 중심에서 x축과 y축에 이르는 거리가 서로 같고, 원의 중심에서 x축 위의 초점 $(2,\ 0)$과 준선인 y축에 이르는 거리도 서로 같으므로 원의 중심의 좌표는 $(2,\ 2)$이고 반지름의 길이는 2이다.

따라서 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$이다.

$y^2=4(x-1)$위의 점 $(2,\ 2)$에서의 접선의 방정식은

$2y=4\left(\dfrac{x+2}{2}-1\right)$

$2y=2x+4-4$

$y=x$

이다.

기울기가 1이고 포물선의 초점 $(2,\ 0)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=x-2$이다.

따라서 직선 $y=x-2$와 원 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$의 교점을 구해보면

$(x-2)^2+(x-4)^2=4$

$2x^2-12x+16=0$

$x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$

$x=2$ 또는 $x=4$

따라서 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(4,\ 2)$이다.

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

30 회
| 정답 및 해설

1.
정답 ①

$2\tan^2\theta-3\tan\theta-2=(\tan\theta-2)(2\tan\theta+1)=0$

에서 $\tan\theta=-\dfrac{1}{2}$이므로 $\cos\theta-\sin\theta=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

2.
정답 ①

$x^2-2x-6=-2x^2+4x+3$

$3x^2-6x-9=0$

$3(x-3)(x+1)=0$

따라서 구하는 넓이는

$\displaystyle\int_{-1}^{3}(-3x^2+6x+9)dx=32$

3.
정답 12

$\displaystyle\sum_{k=1}^{9}\{k a_{k+1}-(k+1)a_k\}$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{9}\{(k+1)a_{k+1}-ka_k-(a_{k+1}+a_k)\}$

$=10a_{10}-a_1-a_{10}-2a_9-2a_8-\cdots-2a_2-a_1$

$\displaystyle=-2\sum_{k=1}^{10}a_k+11a_{10}$

$=-100+11a_{10}=32$

$\therefore\ a_{10}=12$

4.
정답 ④

두 점 $\mathrm{P}(a,\ a+k)$라면 $\overline{\mathrm{PQ}}=8\sqrt{2}$이므로

$\mathrm{Q}(a+8,\ a+8+k)$

두 점 P, Q가 모두 $y=4\log_3 x-5$ 위의 점이므로

$a+k=4\log_3 a-5$, $a+8+k=4\log_3(a+8)-5$

$8=4\log_3\dfrac{a+8}{a}$, $\therefore\ a=1$, $k=-6$