



10일의 기적

(기하 문제지)

Part A. 올해기출 최종점검 2·3점 문제 (28문항)

 Part B. 올해기출 최종점검 3·4점 문제 (16문항)

 Part C. 올해기출 최종점검 고난도 문제 (4문항)

기하 Part A

i. 이차곡선

ii. 평면벡터

iii. 공간도형

기하 Part B

i. 이차곡선 p.2

ii. 평면벡터 p.11

iii. 공간도형 p.14

p.16

기하 Part C

i. 이차곡선 p.18

ii. 평면벡터 p.22

iii. 공간도형 p.25

p.35

인간은 과정 앞에 무적이고, 결과 앞에 무력하다.

내가 매일 최선을 다하는 것만이

내가 이루어내야 할 유일한 일이다. -김지석

김지석수학연구소



10일의 기적 preview

10일의 기적의 출발은 해마다 이 시기가 되면 갈팡질팡 하면서 각종 파이널 강의를 들으면서도 확신이 없던 아이들을 보면서 고심하던 김지석t에 의해 만들어졌어요. 어떻게 하면 효과적으로 점수를 향상시킬 수 있을 까? 라는 고민을 시작으로 시행착오 끝에 최대한 짧은 시간에 극도의 효율을 내기 위해 고안된 프로그램이 10일의 기적이예요.

■ 10일의 기적 프로그램은

① 나 스스로 나의 약점이 무엇인지

확인하고

② 나 스스로 그 부족한 부분을 채우며

③ 그 부족한 부분을 나 스스로 메꾸는 데 그 의의가 있어요.

■ 10일의 기적 프로그램 이용방법

① 10일의 기적 프로그램 pdf를 오르비에서 다운 받아 모두 풀어봅니다.

(고정 2등급 이상은 2-3점 문제를 풀 필요는 없어요.)

② 10일의 기적을 풀면서 내가 자주 /많이 틀리는 파트가 어디있는 지 체크하고 오답합니다.

③ 수능한권 (6일 프로그램)으로 자주 많이 틀리는 파트를 빠르게 채워나갑니다. 독학용으로 만들어져있기 때문에 내가 부족한 부분만 골라서 채울 수 있도록 설계되었어요.

이미 여러분들이 한 번 이상씩 풀어봤던 기출이라 빠르게 풀 수 있을 거예요. 만약 다시 풀었는데 틀렸다거나 막혔다면 많은 고민을 하지 말고 체크해두고 여러 번 반복해서 풀어주세요.

그리고 수능한권으로 그 과목/파트/경향만 빠르게 채워나가는 것이 나만의 진정한 Final일 겁니다.

(이 시기에 한 문제를 잡고 오래 고민해봤자 같은 생각만 반복하게 되고 아까운 시간들이 날라갑니다. 권장 최대 고민 시간 1분 x권장 최대 고민반복 횟수 5회)

10일의 기적을 통해 올해 트렌드가 무엇인지 알아보세요.

내가 놓치는 것이 무엇인지 빠르게 파악하고, 밀 빠진 독에 물 붓는 10월이 아니라 밀 빠진 독을 보수공사하면서 독이 채워지는 경험이 체감 될 거예요.

약점을 채우면

점수가 올라간다는 당연한 원리.

이 시기에 가장 확실하게 점수를 올리는 방법입니다.

확신을 가질 수밖에 없는 마무리.

10일의 기적이 가능케 합니다.

10일의 기적 (미적분)

ISBN: 979-11-91721-07-2 (53410)

10일의 기적(확통)

ISBN: 979-11-91721-08-9 (53410)

10일의 기적 (기하)

ISBN: 979-11-91721-09-6 (53410)



10일의 기적 Planner

10일의 기적 프로그램은 동일 시간 2회독 효과를 낼 수 있게 고안되었습니다.

Part A 이차곡선 → Part A 평면벡터 → Part A 공간도형
 Part B 이차곡선 → Part B 평면벡터 → Part B 공간도형
 Part C 평면벡터 → Part C 공간도형

순서대로 따라 풀기만 하면 됩니다!

■ 2-3등급 이하 : 10일의 기적+수능한권 (*3등급 이하 : Part C 제외)

	Day1	Day2	Day3	Day4	Day5	Day6	Day7	Day8	Day9	Day10
study	수1수2 Part A	수1 Part B 삼각함수	수1 Part C 삼각함수	10일의 기적 복습	수능한권 6일 프로그램					
	~ 수1 Part B 지수로그	~ 수1 Part C 지수로그	~ 선택과목 PartABC		수능한권 DAY1	수능한권 DAY2	수능한권 DAY3	수능한권 DAY4	수능한권 DAY5 *킬러 제외	수능한권 DAY6 *킬러 제외

■ 고정 2등급 이상 : 고난도 문항이 어렵다면? 10일의 기적+수능한권+그래프특강
 *Part A 제외

	Day1	Day2	Day3	Day4	Day5	Day6	Day7	Day8	Day9	Day10
study	수1 Part B 지수로그	수1수2 Part C 지수로그	선택과목 Part B~C	수1 4점 고난도	수능한권 + 고난도 그래프 특강					
	~ 수1 Part B 수열	~ 공통복습			수2 4점 고난도 (1)	수2 4점 고난도 (2)	선택 4점 고난도 (1)	선택 4점 고난도 (2)	고난도 그래프 특강	고난도 그래프 특강

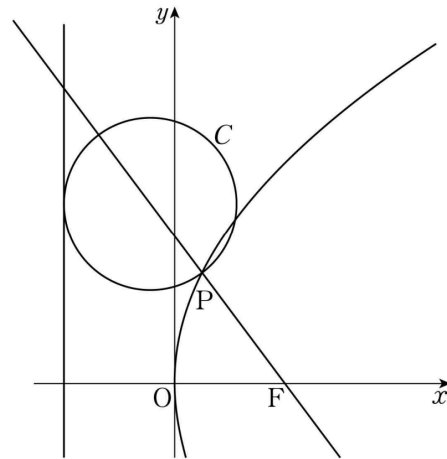


포물선의 정의 활용

[2023년 3월 (기하) 29번]

1. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$)인 포물선이 있다. 점 F 를 지나고 기울기가 $-\frac{4}{3}$ 인 직선이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P 라 하자. 직선 FP 위의 점을 중심으로 하는 원 C 가 점 P 를 지나고, 포물선의 준선에 접한다. 원 C 의 반지름의 길이가 3일 때, $25p$ 의 값을 구하시오. [4점]

(단, 원 C 의 중심의 x 좌표는 점 P 의 x 좌표보다 작다.)



기하

1. 이차곡선

PART B

※ 4점 ※

(& 어려운 3점)



[2023년 4월 (기하) 27번]

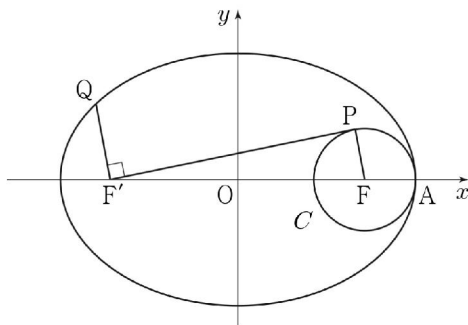
2. 다음 그림과 같이 두 점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 A 라 하자. 점 F 를 중심으로 하고 점 A 를 지나는 원을 C 라 할 때, 원 C 위의 점 중 y 좌표가 양수인 점 P 와 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 PF' 은 원 C 에 접한다.
- (나) 두 직선 PF' , QF' 은 서로 수직이다.

$\overline{QF'} = \frac{3}{2} \overline{PF}$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는?

[3점]

(단, $\overline{AF} < \overline{FF'}$)



- ① $\frac{25}{2}$
- ② 13
- ③ $\frac{27}{2}$
- ④ 14
- ⑤ $\frac{29}{2}$

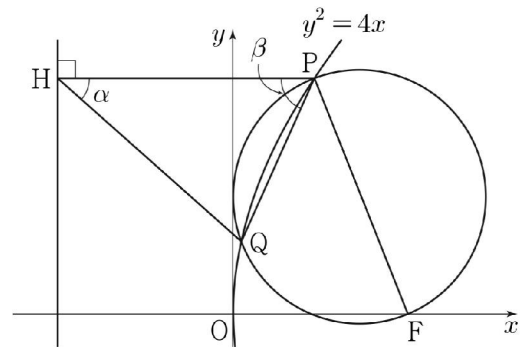
[2023년 4월 (기하) 28번]

3. 초점이 F 인 포물선 $C: y^2 = 4x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 가 있다. 선분 PF 를 지름으로 하는 원을 O 라 할 때, 원 O 는 포물선 C 와 서로 다른 두 점에서 만난다. 원 O 가 포물선 C 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q , 점 P 에서 포물선 C 의 준선에 내린 수선의 발을 H 라 하자.

$\angle QHP = \alpha$, $\angle HPQ = \beta$ 라 할 때, $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = 3$ 이다.

$\frac{\overline{QH}}{\overline{PQ}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{6}}{7}$
- ② $\frac{3\sqrt{11}}{7}$
- ③ $\frac{\sqrt{102}}{7}$
- ④ $\frac{\sqrt{105}}{7}$
- ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$



10일의 기적

올해 기출 최종점검

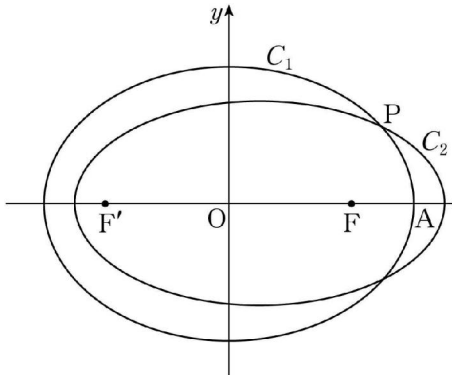


타원의 정의 활용

[2023년 3월 (기하) 28번]

4. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원을 C_1 이라 하자. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $A(3, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 타원을 C_2 라 하자. 두 타원 C_1 과 C_2 가 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 $\cos(\angle AFP) = \frac{3}{8}$ 일 때, 삼각형 PFA 의 둘레의 길이는? [4점]

- ① $\frac{11}{6}$ ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{11}{4}$
- ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{11}{2}$



[2023년 6월 (기하) 26번]

5. 두 초점이 $F(12, 0)$, $F'(-4, 0)$ 이고, 장축의 길이가 24인 타원 C 가 있다. $\overline{F'F} = \overline{F'P}$ 인 타원 C 위의 점 P 에 대하여 선분 $F'P$ 의 중점을 Q 라 하자. 한 초점이 F' 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 점 Q 를 지날 때, $\overline{PF} + a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]
(단, a 와 b 는 양수이다.)

- ① 46 ② 52 ③ 58
- ④ 64 ⑤ 70



[2023년 9월 (기하) 29번]

6. 한 초점이 $F(c, 0)$ ($c > 0$)인 타원

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 과 중심의 좌표가 $(2, 3)$ 이고 반지름의 길이가 r 인 원이 있다. 타원 위의 점 P 와 원 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{PQ} - \overline{PF}$ 의 최솟값이 6일 때, r 의 값을 구하시오. [4점]

쌍곡선의 정의 활용

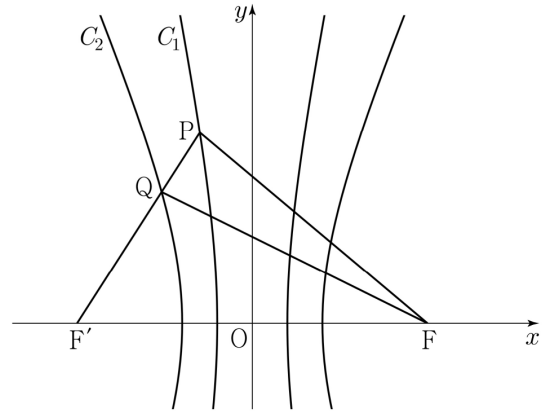
[2023년 6월 (기하) 29번]

7. 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 두 쌍곡선

$$C_1 : x^2 - \frac{y^2}{24} = 1, \quad C_2 : \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{21} = 1$$

이 있다. 쌍곡선 C_1 위에 있는 제2사분면 위의 점 P 에 대하여 선분 PF' 이 쌍곡선 C_2 와 만나는 점을 Q 라 하자.

$\overline{PQ} + \overline{QF}$, $2\overline{PF}'$, $\overline{PF} + \overline{PF}'$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 PQ 의 기울기는 m 이다. $60m$ 의 값을 구하시오. [4점]





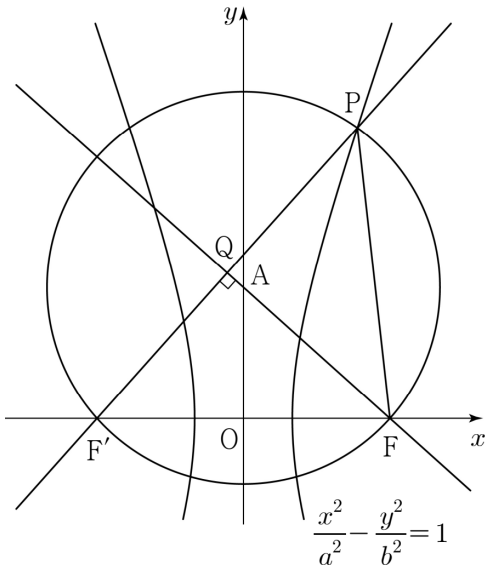
[2023년 7월 (기하) 28번]

8. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 점 $A(0, 6)$ 을 중심으로 하고 두 초점을 지나는 원이 있다. 원과 쌍곡선이 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P 와 두 직선 PF', AF 가 만나는 점 Q 가

$$\overline{PF} : \overline{PF'} = 3 : 4, \angle F'QF = \frac{\pi}{2}$$

를 만족시킬 때, $b^2 - a^2$ 의 값은? [4점]
(단, a, b 는 양수이고, 점 Q 는 제2사분면에 있다.)

- ① 30 ② 35 ③ 40
- ④ 45 ⑤ 50

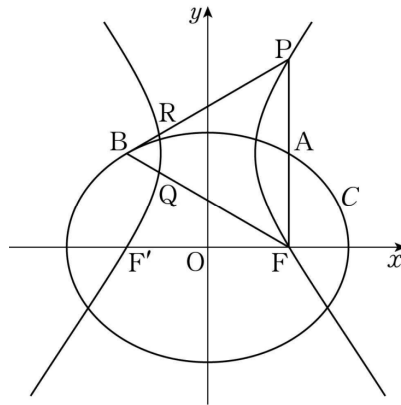


[2023년 3월 (기하) 30번]

9. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 C 가 있다. 타원 C 가 두 직선 $x = c, x = -c$ 와 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 각각 A, B 라 하자. 두 초점이 A, B 이고 점 F 를 지나는 쌍곡선이 직선 $x = c$ 와 만나는 점 중 F 가 아닌 점을 P 라 하고, 이 쌍곡선이 두 직선 BF, BP 와 만나는 점 중 x 좌표가 음수인 점을 각각 Q, R 라 하자. 세 점 P, Q, R 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 BFP 는 정삼각형이다.
- (나) 타원 C 의 장축의 길이와 삼각형 BQR 의 둘레의 길이의 차는 3이다.

$60 \times \overline{AF}$ 의 값을 구하시오. [4점]





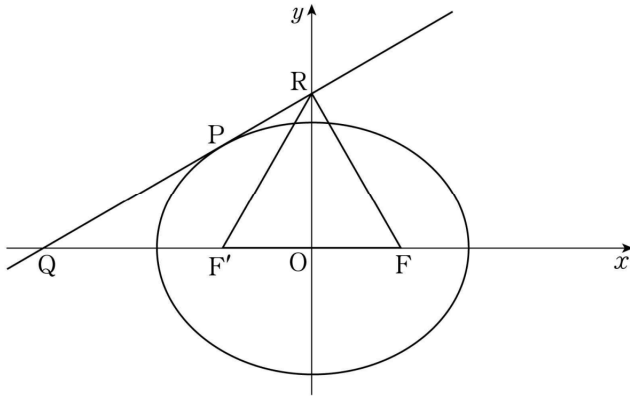
이차곡선의 접선

[2023년 10월 (기하) 28번]

10. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$,

$F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{18} = 1$ 이 있다.

타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 P 에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 Q, R 이라 하자. 삼각형 $RF'P$ 가 정삼각형이고 점 F' 은 선분 QF 의 중점일 때, c^2 의 값은? [4점]
(단, a 는 양수이다.)



- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

[2023년 4월 (기하) 29번]

11. 다음 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$,

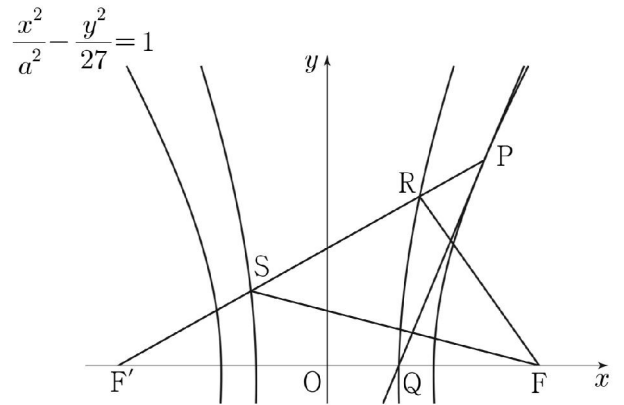
$F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{27} = 1$ 위의 점

$P\left(\frac{9}{2}, k\right)$ ($k > 0$)에서의 접선이 x 축과 만나는 점을

Q 라 하자. 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 점 Q 를 한 꼭짓점으로 하는 쌍곡선이 선분 PF' 과 만나는

두 점을 R, S 라 하자. $\overline{RS} + \overline{SF} = \overline{RF} + 8$ 일 때,

$4 \times (a^2 + k^2)$ 의 값을 구하시오. [4점]
(단, a 는 양수이고, 점 R 의 x 좌표는 점 S 의 x 좌표보다 크다.)





평면벡터

[2023년 4월 (기하) 30번]

12. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 의 꼭짓점을 A라 하자. 이 포물선 위를 움직이는 점 P와 양의 실수 k 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \frac{k}{|\overrightarrow{OP}|} \overrightarrow{OP}$$

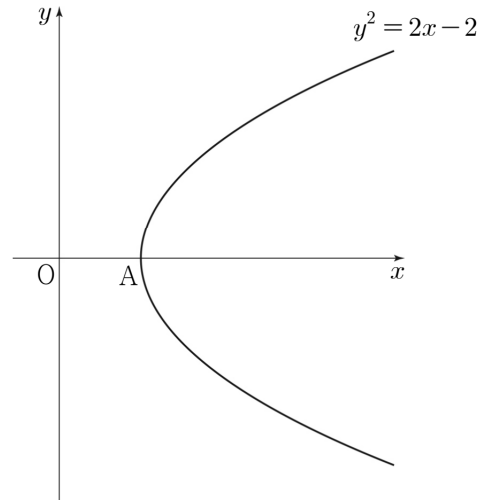
를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형을 C라 하자. 도형 C가 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [4점]
(단, O는 원점이다.)

기하

2. 평면벡터

PART B

※ 4점 ※





[2023년 7월 (기하) 29번]

13. 좌표평면 위에 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 원이 있다. 원 위의 서로 다른 두 점 C, D가

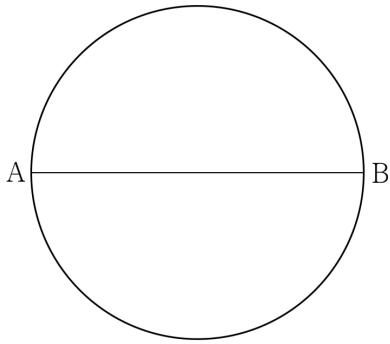
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 27, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 9, \overline{CD} > 3$$

을 만족시킨다. 선분 AC 위의 서로 다른 두 점 P, Q와 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \frac{3}{2} \overrightarrow{DP} - \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{BC}$$

$$(나) \overrightarrow{QB} \cdot \overrightarrow{QD} = 3$$

$k \times (\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{DP})$ 의 값을 구하시오. [4점]



[2023년 6월 (기하) 28번]

14. 좌표평면의 네 점 A(2, 6), B(6, 2), C(4, 4), D(8, 6)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점 X의 집합을 S라 하자.

$$(가) \{(\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OD}) \cdot \overrightarrow{OC}\} \times \{|\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OC}| - 3\} = 0$$

(나) 두 벡터 $\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OP}$ 와 \overrightarrow{OC} 가 서로 평행하도록 하는 선분 AB 위의 점 P가 존재한다.

집합 S에 속하는 점 중에서 y좌표가 최대인 점을 Q, y좌표가 최소인 점을 R이라 할 때,

$\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OR}$ 의 값은? [4점]

(단, O는 원점이다.)

- ① 25
- ② 26
- ③ 27
- ④ 28
- ⑤ 29

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 10월 (기하) 29번]

15. 좌표평면 위의 점 $A(5, 0)$ 에 대하여 제1사분면 위의

점 P 가

$$|\overrightarrow{OP}| = 2, \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$$

을 만족시키고, 제1사분면 위의 점 Q 가

$$|\overrightarrow{AQ}| = 1, \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AQ} = 0$$

을 만족시킬 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

(단, O 는 원점이다.)



공간좌표

[2023년 10월 (기하) 30번]

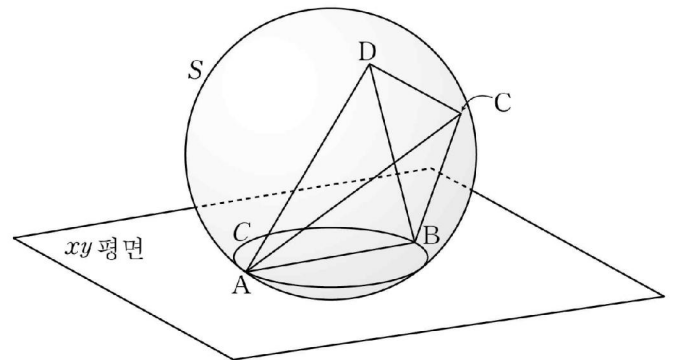
16. 좌표공간에 구

$$S: x^2 + y^2 + (z - \sqrt{5})^2 = 9$$

가 xy 평면과 만나서 생기는 원을 C 라 하자. 구 S 위의 네 점 A, B, C, D 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 AB 는 원 C 의 지름이다.
- (나) 직선 AB 는 평면 BCD 에 수직이다.
- (다) $\overline{BC} = \overline{BD} = \sqrt{15}$

삼각형 ABC 의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이를 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]



기하
 3. 공간도형

PART B

※ 4점 ※



벡터와 이차곡선

[2023년 6월 (기하) 30번]

17. 직선 $2x + y = 0$ 위를 움직이는 점 P와 타원 $2x^2 + y^2 = 3$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여

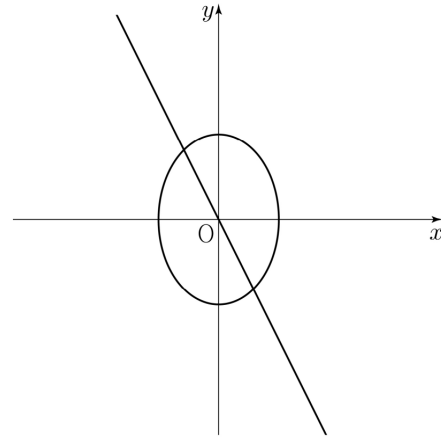
$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키고, x 좌표와 y 좌표가 모두 0 이상인

모든 점 X가 나타내는 영역의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. [4점]

(단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



기하

2. 평면벡터

PART C

※ 4점 ※

고난도



내적의 활용

[2023년 9월 (기하) 30번]

18. 좌표평면에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ 인

직각삼각형 ABC에 대하여 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 APQ는 정삼각형이고,

$$9|\overrightarrow{PQ}|^2 = 4|\overrightarrow{AB}|^2$$

(나) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AQ} < 0$

(다) $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{CB} = 24$

선분 AQ 위의 점 X에 대하여 $|\overrightarrow{XA} + \overrightarrow{XB}|$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오.

[4점]



정사영

[2023년 7월 (기하) 30번]

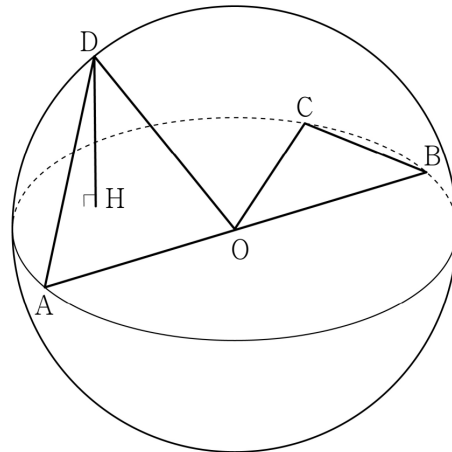
19. 공간에 중심이 O 이고 반지름의 길이가 4인 구가 있다. 구 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 가

$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 평면 ABC 위에 있지 않은 구 위의 점 D 에서 평면 ABC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 점 D 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 직선 OC, OD 가 서로 수직이다.
- (나) 두 직선 AD, OH 가 서로 수직이다.

삼각형 DAH 의 평면 DOC 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, $8S$ 의 값을 구하시오. [4점]
(단, 점 H 는 점 O 가 아니다.)



기하

3. 공간도형

PART C

※ 4점 ※

고난도



[2023년 9월 (기하) 28번]

20. 좌표공간에 중심이 $A(0, 0, 1)$ 이고 반지름의 길이가 4인 구 S 가 있다. 구 S 가 xy 평면과 만나서 생기는 원을 C 라 하고, 점 A 에서 선분 PQ 까지의 거리가 2가 되도록 원 C 위에 두 점 P, Q 를 잡는다. 구 S 가 선분 PQ 를 지름으로 하는 구 T 와 만나서 생기는 원 위에서 점 B 가 움직일 때, 삼각형 BPQ 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은? [4점]

(단, 점 B 의 z 좌표는 양수이다.)

- ① 6 ② $3\sqrt{6}$ ③ $6\sqrt{2}$
- ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

