

1. 실수 전체 집합에서 미분 가능한 두 함수

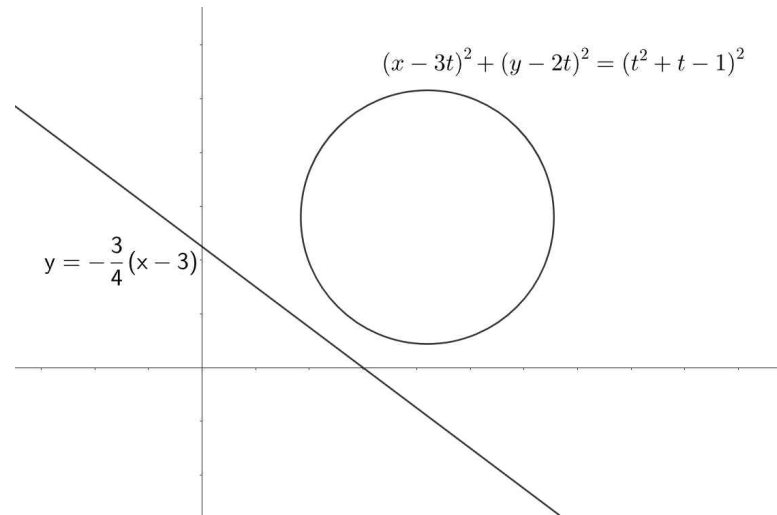
$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, $g(x)$ 에 대하여

$$g(x) = \begin{cases} \int_{-2}^x f(x) dx & (x > 0) \\ f(x) & (x \leq 0) \end{cases} \text{이다.}$$

$g(x)$ 가 증가함수일 때, $a+b+c$ 의 최솟값을 구하시오.
(단, a, b, c 는 자연수이다.)

2. 그림과 같이 실수 $t(t > 0)$ 에 대하여 $A(3t, 2t)$ 를 중심으로 하는 원 $(x-3t)^2 + (y-2t)^2 = (t^2+t-1)^2$ 위의 한 점인 P 에서 직선 $y = -\frac{3}{4}(x-3)$ 위의 점 중 거리가 최소인 점을 Q 라고 하자.

Q 의 x 좌표를 $f(t)$ 라고 할 때, $\lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{\overline{PQ}}{\sqrt{f(t)-1} - \sqrt{t}}$ 의 값은?



- ① $20\sqrt{2}$ ② $40\sqrt{2}$ ③ $60\sqrt{2}$ ④ $80\sqrt{2}$ ⑤ $100\sqrt{2}$

3. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < t) \\ f'(t)(x-t) + f(t) & (x \geq t) \end{cases}$$

라 할 때, $g(x)=0$ 을 만족하는 가장 큰 근을 $h(t)$ 라고 하자. 함수 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{t \rightarrow 3^+} (t-3)h(t) = \frac{9}{4}$$

$$(나) \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{h(t)}{tf(t)} = -\frac{1}{54}$$

$f(5)$ 의 값을 구하시오.

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \sum_{n=1}^3 (x^2 - a_n x + a_{n+3}) \text{로 정의하자.}$$

$\int_0^x f(x) dx$ 가 $x=-1$ 에서 극솟값을 가지고, $\int_0^2 f(x) dx = 62$ 일 때, a_7 의 값을 구하시오.

① 6

② 10

③ 14

④ 18

⑤ 22

5. 두 점 P 와 Q 는 시각 $t=0$ 각각 점 $A(9)$ 과 점 $B(b)$ 에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + 6t, \quad v_2(t) = a$$

이다. 두 점 P, Q 가 만나는 점이 오직 한 점밖에 없을 때, $a+b$ 의 최댓값을 구하시오.

6. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 16x - 20 & (x < 2) \\ ax^2 + bx + 4c & (x \geq 2) \end{cases}$$

를 만족한다. 닫힌구간 $[0,4]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 $\frac{b}{2}$ 가 존재할 때, $7(a+b+c)$ 의 값을 구하시오.