

5지선다형

1.  $16^{\frac{3}{4}} - \log_3 81$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

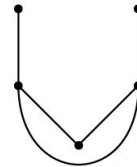
2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 8n}{n^3 + 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 성분 중 0의 개수는? [3점]



- ① 10      ② 12      ③ 15      ④ 17      ⑤ 20

5. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 = 1$ ,  $a_{11} = 9$ 일 때,  $a_7$ 의 값은?

[3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

6. 지수방정식  $\frac{3^{3x+2}}{9^{x^2+1}} = 3$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{7}{2}$

7. 수열  $\{a_n\}$ 이 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{3}{5^n + 1} < \frac{a_n}{5^n} < \frac{3}{5^n - 2}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 다항함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^3 + 2x)f(x+1)}{x^2} = 24$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은? [3점]

- ① 9      ② 12      ③ 15      ④ 18      ⑤ 21

9. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = -1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = \frac{2}{n(n+2)}$$

을 만족시킬 때,  $a_6$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{14}$       ②  $\frac{4}{21}$       ③  $\frac{5}{42}$       ④  $\frac{1}{7}$       ⑤  $\frac{1}{6}$

10. 육지에 사는 어떤 동물의 다리의 굵기  $a(\text{cm})$ 와 몸의 길이  $b(\text{cm})$  사이에는

$$\log b = k + \frac{4}{3} \log a \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

인 관계가 성립한다고 한다. 현재 이 동물의 몸이 길이가 태어났을 때의 4배가 되었을 때, 다리의 굵기는 태어났을 때의  $p$ 배이다. 상수  $p$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{6}$       ②  $2\sqrt{2}$       ③ 3      ④  $\sqrt{10}$       ⑤  $\sqrt{11}$

11. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax-2 & (x \leq k) \\ x^2+2x+2 & (x > k) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는  $k$ 의 값이 오직 하나가 되도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 합은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

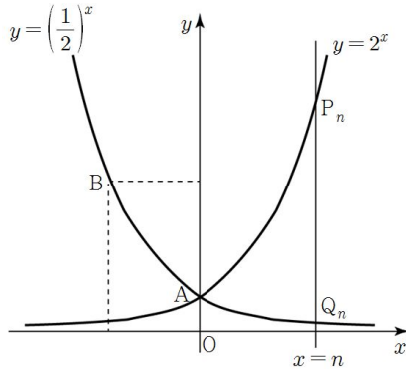
12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$ 에서의 위치  $x$ 가

$$x(t) = t^3 - 2t^2 + 3t$$

이다. 점 P의 속도가 두 번째로 2가 되는 순간, 점 P의 위치는? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

- [13~14] 점 A, B의 좌표가 각각 (0, 1), (-2, 4)이고 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 과 두 곡선  $y=2^x$ ,  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 이 만나는 점을 각각  $P_n$ ,  $Q_n$ 이라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 삼각형  $AP_nQ_n$ 의 넓이를  $S_n$ , 삼각형  $BP_nQ_n$ 의 넓이를  $T_n$ 이라 하자.  $S_n : T_n = 3 : 5$ 일 때,  $T_n$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{175}{16}$     ②  $\frac{105}{8}$     ③  $\frac{245}{16}$     ④  $\frac{35}{2}$     ⑤  $\frac{315}{16}$

14. 선분  $P_nQ_n$ 의 중점을  $M_n$ 이라 하자. 선분  $Q_nM_n$ 의 길이를

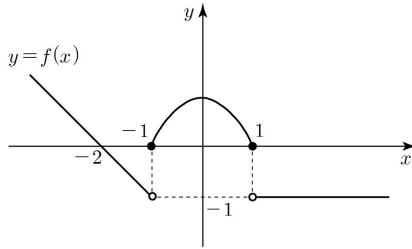
$l_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n + l_{n+1}}{2^n}$ 의 값은? [4점]

- ① 1    ②  $\frac{3}{2}$     ③  $\frac{5}{4}$     ④ 2    ⑤  $\frac{9}{4}$

15. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x-2 & (x < -1) \\ -x^2+1 & (-1 \leq x \leq 1) \\ -1 & (x > 1) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다.



&lt;보기&gt;에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = -1$   
 ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = 0$   
 ㄷ. 함수  $\frac{f(x)+|f(x)|}{2}$  는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 2$ 이고,  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_{n+1} = 2S_n + 3^{n+1} - 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.주어진 식에 의하여  $a_2 = 2S_1 + 3^2 - 1 = 12$ 이다. $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = 2S_{n-1} + 3^n - 1$ 

이므로

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= 2(S_n - S_{n-1}) + 2 \times 3^n \\ &= 2a_n + 2 \times 3^n \end{aligned}$$

이다. 그러므로

$$a_{n+1} = 3a_n + 2 \times 3^n$$

이다.

양변을  $(가)$ 로 나눈 뒤  $b_n = \frac{a_n}{3^n}$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \frac{2}{3} \quad (n \geq 2)$$

이고,  $b_2 = \frac{4}{3}$ 이므로

$$b_n = (나) \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서

$$a_n = \begin{cases} 2 & (n=1) \\ (다) & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을  $f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$ 이라 할 때, $g(9) + \frac{h(5)}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

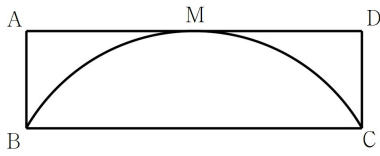
- ① 27                      ② 30                      ③ 33                      ④ 36                      ⑤ 39

17. 직사각형 ABCD에서  $\overline{AB}=1$ ,  $\overline{AD}=2\sqrt{3}$  이다.

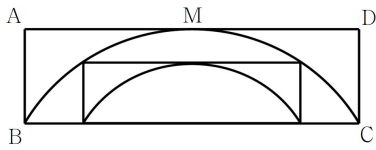
그림과 같이 선분 AD의 중점 M과 두 점 B, C를 지나는 원의 일부가 직사각형 ABCD에 내접하도록 그려서 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 호 BC와 선분 BC로 둘러싸인 도형의 내부에 두 변의 길이의 비가  $1:2\sqrt{3}$ 인 직사각형을 긴 변이 선분 BC 위에 놓이도록 그리고, 새로 그려진 직사각형에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 원의 일부를 그려서 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 있는 모든 호의 길이의 합을  $l_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ 의 값은? [4점]



$R_1$



$R_2$

...

...

- ①  $\frac{20+4\sqrt{13}}{9}\pi$     ②  $\frac{20+5\sqrt{13}}{9}\pi$     ③  $\frac{20+6\sqrt{13}}{9}\pi$   
 ④  $\frac{22+6\sqrt{13}}{9}\pi$     ⑤  $\frac{22+7\sqrt{13}}{9}\pi$

18. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A^2B + A^2 = -E, \quad 2AB + A = B + BA$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $AB = BA$

ㄴ.  $A - E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ.  $A^3 = -E$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 1이상의 양수  $t$ 에 대하여  $\log t$ 의 지표와 가수를 각각  $f(t)$ ,  $g(t)$ 라 하자. 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(t) = \log_2(3ng(t) + 1)$$

을 만족시키는 서로 다른 모든  $t$ 의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  
 $a_4 + a_5 + a_6 + a_7$ 의 값은? [4점]

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

20. 수열  $\{a_n\}$ 이 2이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n-1} k a_{n-k} = n^2 + 2^n$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 243      ② 253      ③ 263      ④ 273      ⑤ 283



21. 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.  
(나)  $f(0)=1$ ,  $f(3)=2$   
(다) 임의의 양수  $h$ 에 대하여  $f(h)-f(0) \geq \frac{1}{3}h$ 이다.

$f(5)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{68}{3}$       ② 23      ③  $\frac{70}{3}$       ④  $\frac{71}{3}$       ⑤ 24

단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+15)(x+1)}{x+1}$ 의 값은? [3점]

23. 함수  $f(x) = x^3 - 5x + 4$ 에 대하여  $f'(5)$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2^{-n+4}) = 3$  일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_7 = 2$ 일 때,  $a_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26.  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} k-1 & a \\ 2 & k-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ -4y \end{pmatrix}$$

가 실수  $k$ 의 값에 관계없이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 정수  $a$ 의 최댓값은  $p$ 이다.  $p^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선  $y = \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{4}x$  위의 점  $A(1, 0)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 직선  $l$ 에 수직이고, 점  $A$ 를 지나는 직선이 곡선  $y = -x^2 + a$ 에 접할 때,  $a^2$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

28. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $P_n$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점  $P_1$ 의 좌표는  $(2, 1)$ 이다.  
(나) 선분  $P_nP_{n+1}$ 을  $n : n+1$ 로 내분하는 점은  $(0, 2)$ 이다.

점  $P_9$ 의 좌표가  $(a, b)$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 삼차함수  $f(x)$ 와 다항함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(x) = (x-1)^2 g(x) + 3x + 3$$

$$(나) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x-1} = -3$$

$g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 두 자연수  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $f(1) + f(2) + f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \quad 1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10$$

$$(나) \quad \text{두 점 } (a, 2^a), (2^b, b) \text{를 지나는 직선이 원 } (x-n)^2 + (y-n)^2 = 2 \text{와 만나지 않는다.}$$

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.