

제 2 교시

수학 영역(B형)

짜수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\tan \theta = \frac{3}{4}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{25}$ ② $\frac{4}{25}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{6}{25}$ ⑤ $\frac{7}{25}$

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_5 = 8$ 일 때, a_6 의 값은? [2점]

- ① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

4. 두 점 $A(1, 2, 3)$, $B(4, -1, 0)$ 을 이은 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점을 P 라 할 때, \overline{OP} 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = x^2 + xe^x$ 에 대하여 $f''(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 좌표평면에서 일차변환 $f: (x, y) \rightarrow (2x - ay, 3x + ay)$ 에

의하여 점 $(1, 2)$ 가 점 $(0, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. 한 개의 주사위를 2번 던져 나온 눈의 수의 합이 8 이상일 때,
첫 번째 나온 눈의 수가 홀수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

8. 함수 $f(x) = \sin(x+\alpha) + \sqrt{3} \cos x$ 의 최댓값이 $\sqrt{6}$ 일 때, $\sin \alpha$ 의 값은? (단, α 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고,

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, \quad \{P(A)\}^2 + \{P(B)\}^2 = \frac{25}{36}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

10. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 점 P 에서의 접선이 두 점

$A(0, 0), B(4, 2)$ 에 대하여 선분 AB 를 수직이등분할 때, a^2 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고,

$$E(4X) = V(4X), \quad P(X=0) = \frac{1}{2^8}$$

일 때, $E(X^2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{39}{4}$ ② $\frac{37}{4}$ ③ $\frac{35}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{31}{4}$

12. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 은 $a_1 = 3, b_1 = 2$ 이고,

$$\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n + 2b_n + 1 \\ b_{n+1} = 2a_n + 3b_n - 1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. 다음은 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다.

주어진 두 점화식을 더한 후 정리하면,

$$a_{n+1} + b_{n+1} = 5(a_n + b_n)$$

이고, $a_1 + b_1 = 5$ 이다. 따라서, $a_n + b_n = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

주어진 두 점화식을 뺀 후 정리하면,

$$a_{n+1} - b_{n+1} = a_n - b_n + 2$$

이고, $a_1 - b_1 = 1$ 이다. 따라서, $a_n - b_n = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

그러므로,

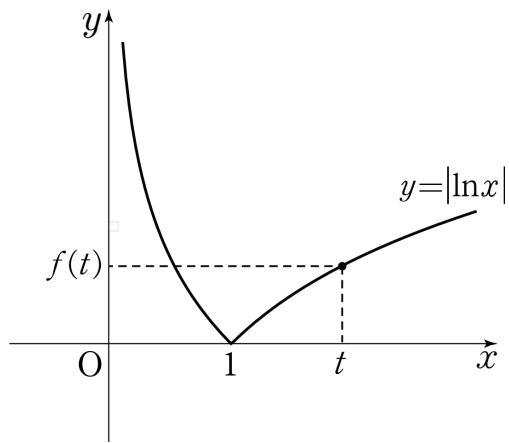
$$a_n = \frac{\boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}}}{2}, \quad b_n = \frac{\boxed{\text{(가)}} - \boxed{\text{(나)}}}{2}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(8) \times g(13)$ 의 값은? [3점]

- ① 5^{10} ② 5^{11} ③ 5^{12} ④ 5^{13} ⑤ 5^{14}

[13~14] 곡선 $y=|\ln x|$ 와 직선 $x=t$ 가 만나는 점의 y 좌표를 $f(t)$ 라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h^2}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

14. 곡선 $y=|\ln x|$ 와 직선 $y=f(t)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자. $g'(e)$ 의 값은? [4점]

- ① $1 - \frac{1}{e}$ ② $1 - \frac{1}{e^2}$ ③ $1 - \frac{1}{e^3}$
 ④ $2 - \frac{1}{e}$ ⑤ $2 - \frac{1}{e^2}$

15. 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ 의 두 초점 F, F' 과 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $\angle FPF' = 90^\circ$ 이다. 선분 PF' 과 y축이 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 QFF'의 넓이는? (단, $\overline{PF} < \overline{PF'}$ 이다.) [4점]
- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{22}{3}$

16. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 두 점 A_1, P_n 의 좌표는 각각 $(0, 1), (n, 2^n)$ 이다.
 (나) 점 A_{n+1} 은 세 점 A_n, P_n, P_{n+1} 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

- 점 A_n 의 y좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_{n+1} - a_n}{2^n + 1}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2B = A^2 + E, \quad (A - E)^2 = 2AB$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $B^{-1} = \frac{1}{2}A - E$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

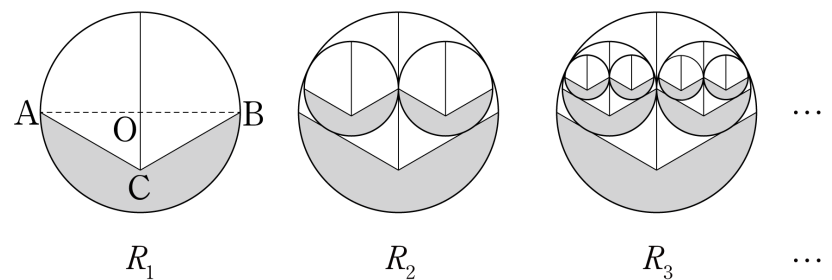
18. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는

원 O 가 있다. $\angle ACB = 120^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 를 만족시키는 점 C 를 잡고, 선분 AC, BC 와 원 O 로 둘러싸인 \cup 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 색칠된 부분을 포함하지 않은 도형에 선분 OC 를 연장한 직선을 그어 이등분한 2개의 도형에 내접하는 원을 그리고, 이 2개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \cup 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

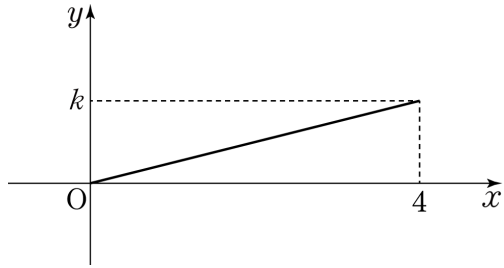
그림 R_2 에서 새로 생긴 2개의 원의 색칠된 부분을 포함하지 않은 4개의 도형에 내접하는 원을 그리고, 이 4개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \cup 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9}{14}\pi - \frac{3\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{3}{4}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{9}{10}\pi - \frac{3\sqrt{3}}{5}$
 ④ $\frac{3}{4}\pi - \sqrt{3}$ ⑤ $\frac{9}{10}\pi - \frac{2\sqrt{3}}{5}$

19. 어떤 모집단의 분포가 구간 $[0, 4]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여 X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



이 모집단에서 크기가 50인 표본을 임의추출할 때, 표본평균이 a 이하일 확률이 0.8413이다. a 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① $\frac{13}{5}$ ② $\frac{14}{5}$ ③ 3 ④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{17}{5}$

20. $x \geq 1$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x 의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

(가) $2^{f(x)} \times g(x) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(나) $\log_{\frac{1}{2}} g(x)$ 는 10 이하의 자연수이다.

- ① 55 ② 110 ③ 165 ④ 220 ⑤ 275

21. 함수

$$f(x) = (\ln x)^3 - a(\ln x)^2 \quad (x > 0)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(e^a, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 함수 $f(x)-g(x) \quad (x > 0)$ 가 오직 하나의 극값을 가질 때, $g(1)$ 의 값은?
(단, a 는 양의 상수이다.) [4점]

- ① $36\left(\frac{1}{e^6}-1\right)$ ② $25\left(\frac{1}{e^5}-1\right)$ ③ $16\left(\frac{1}{e^4}-1\right)$
 ④ $9\left(\frac{1}{e^3}-1\right)$ ⑤ $4\left(\frac{1}{e^2}-1\right)$

단답형

22. $\int_0^\pi (3 \sin x + 4 \cos x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식 $\sqrt{2x^2 - 41} = x - 2$ 의 실근을 구하시오. [3점]

24. 구 $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-1)^2 = 8$ 이 x 축, y 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 정격전압이 $220V$ 이고 허용온도가 30°C 인 어떤 회사의 콘덴서를 공급전압 $V_s(V)$, 사용온도가 $T_s(^\circ\text{C})$ 인 환경에서 사용할 때의 기대수명 L_s 에 대하여 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

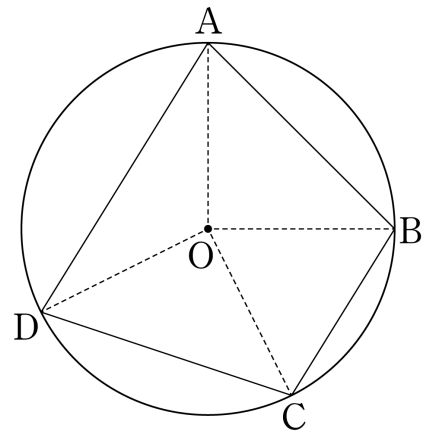
$$L_s = 144 \times \left(\frac{220}{V_s}\right)^2 a^{30-T_s} \quad (\text{단, } a \text{는 상수이다.})$$

공급전압이 $330V$, 사용온도가 35°C 인 콘덴서의 기대수명이 32개월일 때, 공급전압이 $440V$, 사용온도가 40°C 인 콘덴서의 기대수명은 x 개월이다. x 의 값을 구하시오. [3점]

26. 평면에서 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원에 내접하는 사각형 $ABCD$ 가

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = 0, \quad |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 8$$

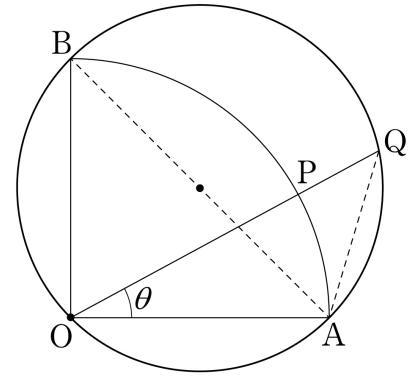
을 만족시킬 때, 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 구하시오. [4점]



27. 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x+y+z+w=6$
- (나) $x+y+|z|+|w|=10$
- (다) x, y, z, w 는 정수이고 $x \geq 0, y \geq 0$ 이다.

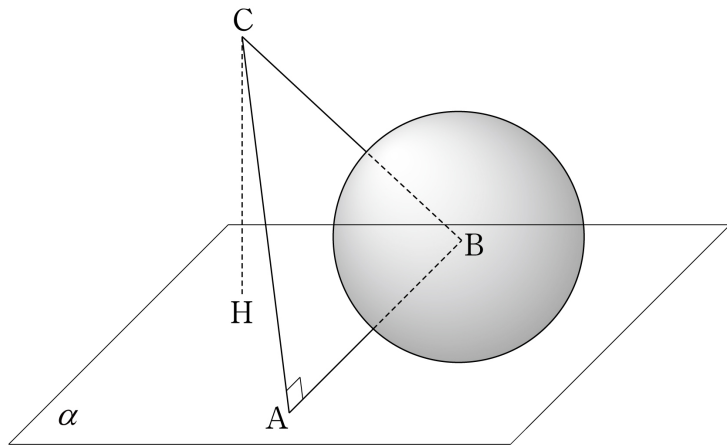
28. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 사분원의 호의 양 끝점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 를 지름으로 하는 원이 있다. 사분원의 호 위의 점 P 에 대하여 $\angle AOP = \theta$ 라 하고, 두 점 O, P 를 지나는 직선이 원과 만나는 점을 Q 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{AQ} - \sqrt{2}\overline{PQ}}{\theta^2} = a$ 일 때, $16a^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 선분 AB를 포함하는 평면 α 위에 놓여 있는 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 구와 점 C가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AB}=2, \overline{AC}=3, \angle BAC=90^\circ$
- (나) 점 C의 평면 α 위로의 정사영이 H일 때, $\overline{CH}=2\sqrt{2}$ 이다.
- (다) 구가 삼각형 ABC를 포함하는 평면에 접하고, 삼각형의 내부 또는 둘레와 한 점에서 만난다.

삼각형 OBC의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이가 최대일 때, 평면 OBC와 평면 ABC가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $40\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오. (단, 선분 CH와 구는 만나지 않는다.) [4점]



30. 열린 구간 $(0, \infty)$ 에서 $f'(x) > 0$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = xf(x) - \int_0^x f(t)dt$$

라 하자. 함수 $\frac{\{f(x)\}^2}{g(x)}$ 가 $x=1, 2$ 에서 각각 극값 1, 4를 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^1 g\left(\frac{1}{x}\right)dx = k$ 이다. $60k$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.