제 2 교시

수학 영역

5지선다형

8. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-f(x)}{x^2}=3,\ \lim_{x\to1}\frac{f(x)-2}{x-1}=2$$

일 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

주어진 첫 번째 극한에서 $x^3-f(x)=3x^2+ax+b$를 알 수 있으므로,
$f(x)=x^3-3x^2-ax-b$ 이다.
주어진 두 번째 극한에서 극한값이 존재하려면 $f(1)=2$여야 하고,
$f'(1)=2$ 이다.
$f(1)=-a-b-2=2$ 이고, $f'(1)=-3-a=2$ 이므로
$a=-5,\ b=1$ 이다.
따라서 $f(x)=x^3-3x^2+5x-1$ 이고, $f(3)=14$ 이다.

참고) $f(1)=2,\ f'(1)=2$ 이므로
$f(x)=(x-1)^3+a(x-1)^2+2(x-1)+2$ 이고,
$f(x)$의 이차항의 계수가 -3이므로 $a=0$ 이다.
$\Rightarrow f(x)=(x-1)^3+2(x-1)+2$

9. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 두 그래프 $y=f(x)$와 $y=xf(x)+\frac{3}{4}$가 y좌표가 1인 점 A에서 만나고, 이 점에서의 두 곡선의 접선은 서로 수직이다. $f(2)$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

점 A의 x좌표를 a라 할 때,
$f(a)=1$ 이고 $af(a)+\frac{3}{4}=1$ 이므로 $a=\frac{1}{4}$ 이다.
또한 점 A에서 두 곡선의 접선은 서로 수직이므로
$f'(a)\times\{af'(a)+f(a)\}=-1$ 이고, 정리하면 $f'(a)=-2$ 이다.
따라서 $f(a)=f(\frac{1}{4})=1$ 이고, $f'(a)=f'(\frac{1}{4})=-2$ 이므로
$f(x)=(x-\frac{1}{4})^2-2(x-\frac{1}{4})+1$ 이다.
그러므로 $f(2)=\frac{9}{16}$ 이다.

10. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n^2-a_n & (a_n\le-1) \\ a_n-7 & (a_n>-1) \end{cases}$$

이다. $a_4-a_2=1$, $a_5>0$일 때, $a_1+a_3+a_6$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

1) $a_2>-1$인 경우
$a_3=a_2-7$ 이고,
$a_4=(a_2-7)^2-(a_2-7)$ (단, $a_2-7\le-1$)
또는 $a_4=a_2-14$ (단, $a_2-7>-1$) 이다.
주어진 조건에 의해 $a_4-a_2=1$ 이므로 $a_4=(a_2-7)^2-(a_2-7)$ 이고,
(단, $a_2\le6$)
$a_4-a_2=(a_2-7)^2-(a_2-7)-a_2=1$ 이다.
이를 만족시키는 $-1<a_2\le6$인 a_2의 값은 $a_2=5$ 이고,
이 경우 $a_3=5-7=-2$, $a_4=(-2)^2-(-2)=6$, $a_5=6-7=-1$ 이므로
$a_5>0$을 만족하지 않는다.
따라서 $a_2\le-1$ 이다.

2) $a_2\le-1$인 경우
$a_3=(a_2)^2-a_2\ge2$ 이므로 $a_4=(a_2)^2-a_2-7$ 이다.
또한 $a_4-a_2=(a_2)^2-a_2-7-a_2=1$을 만족시키는 $a_2\le-1$인
a_2의 값은 $a_2=-2$ 이고,
이때 $a_3=(-2)^2-(-2)=6$, $a_4=6-7=-1$, $a_5=(-1)^2-(-1)=2$이므로
$a_5>0$을 만족시킨다.
$a_2=-2$ 이므로 가능한 a_1의 값은 $a_1=(-2)+7=5$ 이고,
$a_3=6$, $a_6=2-7=-5$ 이므로
$a_1+a_3+a_6=5+6+(-5)=6$ 이다.

11. 최고차항의 계수가 1이고 $f(3)=1$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값은? [4점]

> $x_1<2<x_2$인 모든 실수 x_1, x_2에 대하여
> $f(x_1)f(x_2)+1 \le f(x_1)+f(x_2)$이다.

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

Step1 주어진 부등식 해석

$f(x_1)f(x_2)-f(x_1)-f(x_2)+1=(f(x_1)-1)(f(x_2)-1)$ 이므로

$x_1<2<x_2$ 인 모든 실수 x_1, x_2에 대하여

$(f(x_1)-1)(f(x_2)-1)\le 0$ 이다.

즉, $x<2$ 일 때 $f(x)\le 1$ 이고

$x>2$ 일 때 $f(x)\ge 1$ 인 경우거나,

$x<2$ 일 때 $f(x)\ge 1$ 이고

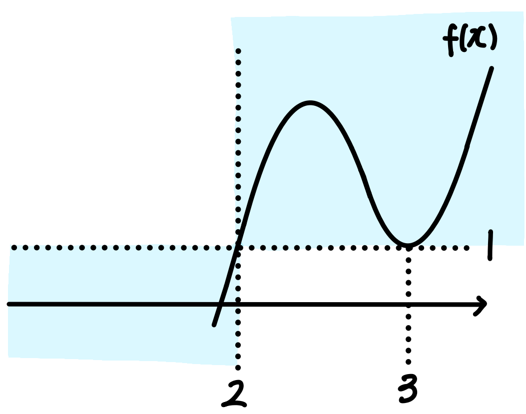
$x>2$ 일 때 $f(x)\le 1$ 인 경우이다.

이때 $f(x)$는 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수이므로 $x\to\infty$ 일 때 $f(x)\to\infty$ 이고,

따라서 $x<2$ 일 때 $f(x)\le 1$ 이고, $x>2$ 일 때 $f(x)\ge 1$ 이다.

그러므로 $f(2)=1$ 이다.

Step2



주어진 조건에 의해 $f(3)=1$인데, $x=3$ 주위에서 $f(x)-1$ 의 부호가 바뀌면 안되므로 $f'(3)=0$ 이다.

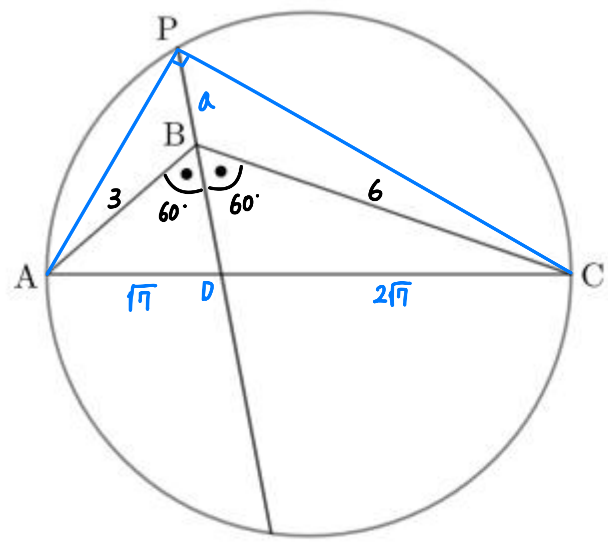
따라서 $f(x)=(x-2)(x-3)^2+1$ 이고, $f(5)=13$ 이다.

12. 그림과 같이

$$\overline{AB}=3,\ \overline{BC}=6,\ \angle B=\frac{2}{3}\pi$$

인 삼각형 ABC에 대하여, 선분 AC를 지름으로 하는 원과 ∠B의 이등분선이 만나는 두 점 중 점 B와 가까운 점을 P라 하자. 선분 BP의 길이는? [4점]

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$



Step1

선분 AC와 직선 BP의 교점을 점 D라 하고,

선분 AP와 선분 CP를 그어보자.

△ABC에서 코사인법칙을 사용하면,

$(\overline{AC})^2=3^2+6^2-2\times3\times6\times(-\frac{1}{2})=63$ 이므로 $\overline{AC}=3\sqrt{7}$ 이다.

이때 △ABC에서 선분 BD는 각 B의 이등분선이므로,

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{CD}$ 이다.

따라서 $\overline{AC}=3\sqrt{7}$ 이고, $\overline{AD}:\overline{CD}=1:2$ 이므로

$\overline{AD}=\sqrt{7}$, $\overline{CD}=2\sqrt{7}$ 이다.

Step2

$\overline{BP}=a$라 하자.

△ABP에서 코사인법칙을 사용하면,

$(\overline{AP})^2=3^2+a^2-2\times3\times a\times(-\frac{1}{2})$ 이고,

△BCP에서 코사인법칙을 사용하면,

$(\overline{CP})^2=6^2+a^2-2\times6\times a\times(-\frac{1}{2})$ 이다.

이때 △ACP에서 선분 AC는 주어진 원의 지름이므로 $\angle APC=90°$ 이다.

따라서 $(\overline{AC})^2=(\overline{AP})^2+(\overline{CP})^2$ 이므로

$(3\sqrt{7})^2=\{3^2+a^2-2\times3\times a\times(-\frac{1}{2})\}+\{6^2+a^2-2\times6\times a\times(-\frac{1}{2})\}$

이고,

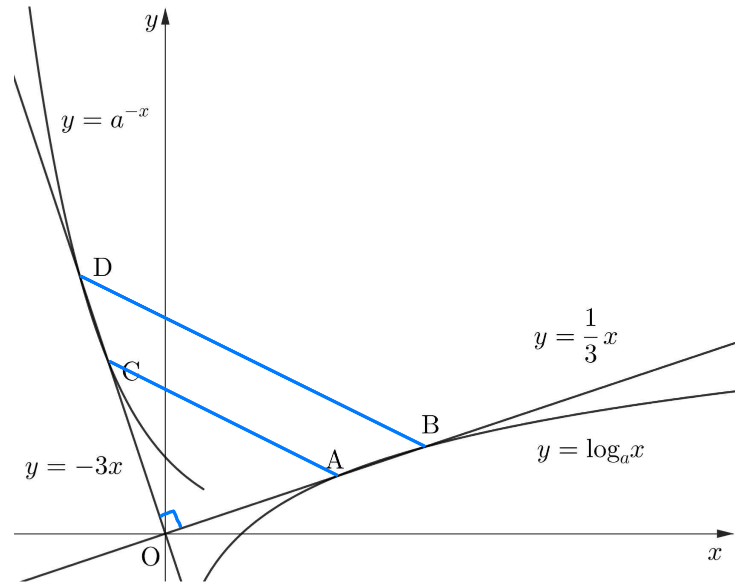
정리하면 $2a^2+9a-18=0$ 이므로 $a=\overline{BP}=\frac{3}{2}$ 이다.

13. 상수 $a(a>1)$에 대하여 곡선 $y=\log_a x$와 직선 $y=\frac{1}{3}x$가 만나는 두 점을 A, B($\overline{OA}<\overline{OB}$)라 하고, 곡선 $y=a^{-x}$와 $y=-3x$가 만나는 두 점을 C, D($\overline{OC}<\overline{OD}$)라 하자.

(삼각형 OAC의 넓이) : (사각형 ABDC의 넓이)$=4:5$

일 때, a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ ② $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{5}{3}}$ ③ $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{8}{3}}$ ④ $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{5}{3}}$ ⑤ $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{8}{3}}$



Step1

주어진 조건에 의해 $[\triangle OAC]:[\triangle OBD]=4:9$임을 알 수 있다.
$y=-3x$를 원점에 대해 $90°$ 회전시키면 $y=\frac{1}{3}x$가 되고,
$y=a^{-x}$를 원점에 대해 $90°$ 회전시키면 $y=\log_a x$가 된다.
따라서 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$, $\angle AOC=90°$ 이므로
$\triangle AOC$와 $\triangle BOD$는 직각이등변삼각형이다.
그러므로 $\triangle OAC \backsim \triangle OBD$ 이고, 넓이비가 $4:9$ 이므로 길이비는 $2:3$ 이다.

Step2

점 A와 B는 직선 $y=\frac{1}{3}x$ 위의 점이고, 선분 OA와 선분 OB의 길이비가 $2:3$ 이므로,
점 A의 좌표를 $(6p, 2p)$, 점 B의 좌표를 $(9p, 3p)$라 하자.
점 A와 B는 $y=\log_a x$ 위의 점이므로
$2p=\log_a 6p$, $3p=\log_a 9p$ 이다.
따라서 $a^{2p}=6p$, $a^{3p}=9p$ 이므로 $a^p=\frac{3}{2}$ 이고, $p=\frac{3}{8}$ 이다.
그러므로 $a^{\frac{3}{8}}=\frac{3}{2}$ 이므로 $a=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{8}{3}}$ 이다.

14. 실수 t와 삼차함수 $f(x)=\frac{1}{4}(x+1)^2(x-t)+1$에 대하여 방정식 $f(f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $t<2$이면 $g(t)=1$이다.

ㄴ. $\lim_{t\to 2+} g(t)-\lim_{t\to 2-} g(t)=g(2)+1$

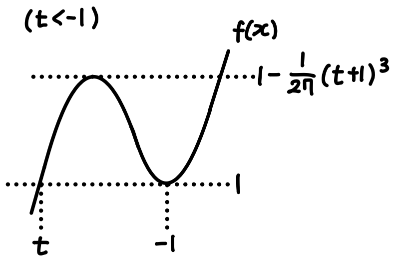
ㄷ. $g(t)=3t$이도록 하는 실수 t의 개수는 2이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

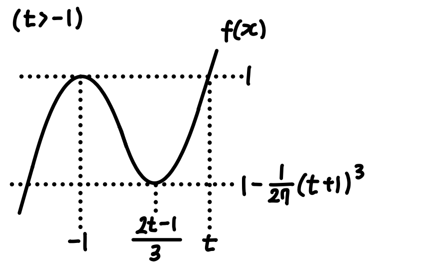
Step1

$f(f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는, $f(x)=0$의 서로 다른 실근을 x_1, x_2, x_3라 했을 때, $f(x)=x_1$ 또는 $f(x)=x_2$ 또는 $f(x)=x_3$을 만족시키는 서로 다른 모든 x의 개수이다.

$(t<-1)$



$(t>-1)$



Step2

ㄱ. 1) $t<-1$인 경우
$f(x)=0$의 실근은 $x=x_1$의 1개이다. (단, $x_1<-1$)
이때 $f(x)=x_1$의 실근은 1개이기 때문에 $g(t)=1$ 이다.
2) $t=-1$인 경우
$f(x)=0$의 실근은 $x=x_1$의 1개이다. (단, $x_1<-1$)
이때 $f(x)=x_1$의 실근은 1개이기 때문에 $g(-1)=1$ 이다.
3) $-1<t<2$인 경우
$0<1-\frac{1}{27}(t+1)^3<1$ 이므로 $f(x)=0$의 실근은 $x=x_1$의 1개이다. (단, $x_1<-1$)
이때 $f(x)=x_1$의 실근은 1개이기 때문에 $g(t)=1$ 이다.
따라서 $t<2$이면 $g(t)=1$ 이다.

ㄴ. ㄱ에서 $g(2-)=1$ 이다.
$t=2$일 때 $f(x)=0$의 실근은 $x=-2$, $x=1$의 두 개이고, $f(x)=-2$의 실근은 1개, $f(x)=1$의 실근은 2개이므로 $g(2)=3$ 이다.
$t\to 2+$일 때 $f(x)=0$의 실근은 $x=x_1, x_2, x_3$의 3개이다.
(단, $t\to 2+$일 때 $x_1<-1$, $0<x_2<\frac{2t-1}{3}<1$, $1<x_3<2$)
이때 $f(x)=x_1$의 실근은 1개, $f(x)=x_2$의 실근은 3개, $f(x)=x_3$의 실근은 1개이므로 $g(2+)=5$ 이다.
따라서 $g(2+)-g(2-)=g(2)+1=4$ 이므로, ㄴ은 참이다.

ㄷ. $g(t)$의 값은 정수이고, $1\le g(t)\le 9$ 이다.

$$\left.\begin{aligned} &g\left(\tfrac{1}{3}\right)=1\\ &g\left(\tfrac{2}{3}\right)=1\\ &g(1)=1\\ &g\left(\tfrac{4}{3}\right)=1\\ &g\left(\tfrac{5}{3}\right)=1\\ &g(2)=2\\ &g\left(\tfrac{7}{3}\right)<7\\ &g\left(\tfrac{8}{3}\right)<8\\ &g(3)<9 \end{aligned}\right)$$

이므로 $g(t)=3t$이도록 하는 실수 t는 $t=\frac{1}{3}$의 1개이다.

15. 집합 $A=\{x|x\le 0\}\cup\{3\}$와 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+n & (a_n\in A) \ \ (a_n\le 0,\ a_n=3) \\ a_n-n & (a_n\notin A) \ \ (0<a_n<3,\ a_n>3) \end{cases}$$

이다. $a_{m+2}<a_{m+1}<a_m$을 만족시키는 자연수 m의 최솟값은 5일 때, $a_{21}-a_1$의 값은? [4점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

Step1

주어진 부등식을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은 5이므로,

$a_7<a_6<a_5$ 이고, $a_5\ge a_4$ 이다.

$a_4=a$ 라 하면,

$a_5\ge a_4$ 이므로 $a_5=a+4$ 이고 $a\le 0$ 또는 $a=3$ 이다.

$a_6<a_5$ 이므로 $a_6=a-1$ 이고 $0<a+4<3$ 또는 $a+4>3$ 이다.

$a_7<a_6$ 이므로 $a_7=a-7$ 이고 $0<a-1<3$ 또는 $a-1>3$ 이다.

따라서 위 세 조건을 모두 만족시키는 a의 값은 $a=3$이다.

그러므로 $a_4=3,\ a_5=7,\ a_6=2,\ a_7=-4$ 이다.

Step2

$a_4=3$일 때 $a_3=6$ 또는 $a_3=0$ 이다. 만약 $a_3=6$이라면 $a_2=8$이고 $a_1=9$ 인데, 이 경우 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 m의 최솟값이 1이므로 모순이다.

따라서 $a_3=0$ 이고, 이때 $a_2=2$ 또는 $a_2=-2$ 인데, 만약 $a_2=2$라면 가능한 a_1의 값이 존재하지 않으므로 $a_2=-2$ 이고, $a_1=-3$이다

또한 $a_7=-4$ 이므로,

$a_8=-4+7=3,\ a_9=3+8=11,\ a_{10}=11-9=2,\ a_{11}=2-10=-8$ 이고,

$a_{12}=-8+11=3,\ a_{13}=3+12=15,\ a_{14}=15-13=2,\ a_{15}=2-14=-12$ 이며,

$a_{16}=-12+15=3,\ a_{17}=3+16=19,\ a_{18}=19-17=2,\ a_{19}=2-18=-16$ 이므로

$a_{20}=-16+19=3$ 이고, $a_{21}=3+20=23$ 이다.

따라서 $a_{21}-a_1=23-(-3)=26$이다.

자연수 k에 대하여

$a_{4k-3}=4k-1 \quad (k\ge 2)$

$a_{4k-2}=2 \quad (k\ge 2)$

$a_{4k-1}=-4(k-1) \quad (k\ge 1)$

$a_{4k}=3 \quad (k\ge 1)$

으로 일반화해 a_{21}의 값을 구할 수도 있다.

단답형

20. 양수 k에 대하여 삼차함수 $f(x)=\frac{1}{8}x^3+\frac{1}{8}x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자. x에 대한 방정식

$$2f(x)=g\left(\frac{x}{2}\right)$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, $80k$의 값을 구하시오. [4점]

20

Step1

주어진 방정식에 $x=2f(t)$를 대입해보자.

$2f(2f(t))=g(f(t))$ 이고, $g(f(x))=x$ 이므로, $2f(2f(t))=t$ 이다.

즉 $h(x)=2f(x)$라 하면, 주어진 방정식은 $h(h(x))=x$와 같다.

Step2

$h(x)=2f(x)=\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{4}x+2k$ 이다.

이때 $h'(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}>0$ 이므로 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가한다.

$h(x)=x$의 근을 $x_1, x_2, \cdots$ 라 하면,

$h(h(x))=x$의 근은 $h(x)=x_1, x_2, \cdots$의 근과 같고,

$h(x)$는 증가함수이므로 $h(h(x))$의 근의 개수는 $h(x)=x$의 근의 개수와 같다.

따라서 $h(x)=x$ 의 서로 다른 실근은 2개이다.

Step3

$y=h(x)$와 $y=x$의 접점의 x좌표를 p라 하면, $h'(p)=1$ 이고 $h(p)=1$ 이다.

따라서 $h'(p)=\frac{3}{4}p^2+\frac{1}{4}=1$ 이므로 $p=-1$ 또는 $p=1$ 이고,

$h(p)=\frac{1}{4}p^3+\frac{1}{4}p+2k=p$ 이다.

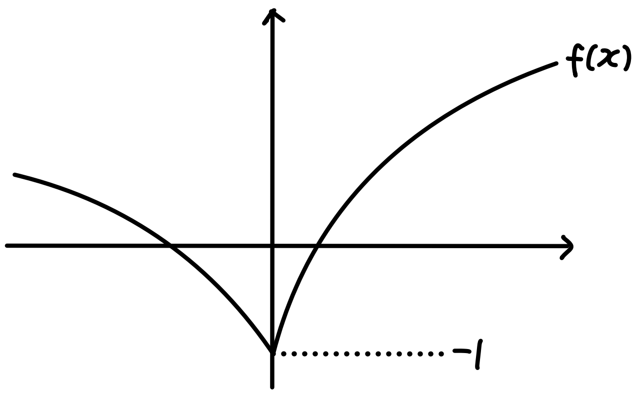
이때 $p=-1$ 이면 $k=-\frac{1}{4}$ 이므로 k가 양수라는 조건을 만족하지 않는다.

그러므로 $p=1$ 이고, $k=\frac{1}{4}$ 이므로 $80k=20$ 이다.

21. 상수 $a(a>1)$와 함수 $f(x)=\log_a\left(x+3|x|+\dfrac{1}{a}\right)$에 대하여 방정식 $f\left(\dfrac{f(x)}{3}\right)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이고 가장 큰 실근은 $\dfrac{\sqrt{m}-1}{12}$이다. m의 값을 구하시오. [4점] 27

Step1

$f(x)=\begin{cases}\log_a\left(4x+\frac{1}{a}\right) & (x\ge 0)\\ \log_a\left(-2x+\frac{1}{a}\right) & (x<0)\end{cases}$ 이다.



Step2

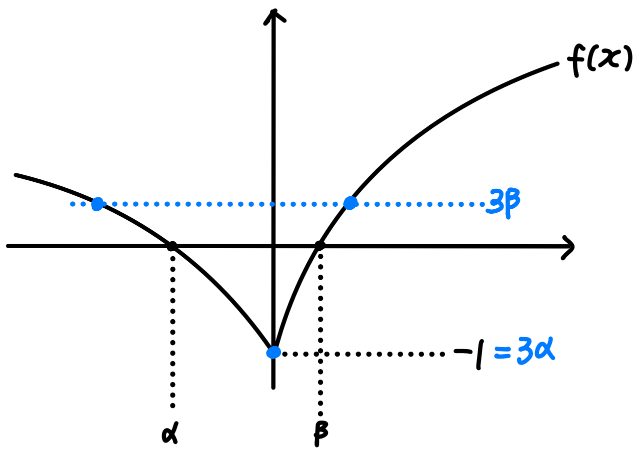
$f(x)=0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β라 하자. (단, $\alpha<0<\beta$)

$\frac{1}{3}f(x)=\beta$의 실근은, $f(x)=3\beta$의 실근과 같으므로 $\frac{1}{3}f(x)=\beta$의 실근의 개수는 2개이다.

따라서 $\frac{1}{3}f(x)=\alpha$의 실근이 1개여야 하므로, $3\alpha=-1$,

즉 $\alpha=-\frac{1}{3}$ 이다.

또한 $f(\alpha)=0$ 이므로 $f(\alpha)=\log_a\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{a}\right)=0$ 이고, $a=3$ 이다.



Step3

$f\left(\frac{f(x)}{3}\right)=0$ 의 가장 큰 실근은, $f(x)=3\beta$의 가장 큰 실근과 같다.

1) β 구하기

$\log_3\left(4\beta+\frac{1}{3}\right)=0$ 이므로 $\beta=\frac{1}{6}$ 이다.

2) $f(x)=3\beta$의 가장 큰 실근 구하기

$\log_3\left(4x+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}$의 실근이므로 $x=\frac{3\sqrt{3}-1}{12}$ 이다.

따라서 $m=27$이다.

22. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $f(x)$에 대하여
>
> $f'(k-1)\times f'(k)\times f'(k+1)<0$
>
> 을 만족시키는 정수 k는 존재하지 않는다.

$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=3$, $f(2)=2$, $f'\left(\dfrac{7}{2}\right)<0$일 때, $f(7)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 257

Step1

만약 $f(x)$의 최고차항 계수가 음수라면, $x\to\infty$ 일 때 $f'(x)\to-\infty$ 일 것이고, 이에 따라 주어진 부등식을 만족시키는 양수 K의 개수는 무수히 많을 것이므로 $f(x)$의 최고차항 계수는 양수이다. 이때 $f'\left(\frac{7}{2}\right)<0$ 이므로 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 가진다.

또한 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$에서 평균값정리를 적용하면, $f'(c)=(2-3)\div\left(2-\frac{1}{2}\right)=-\frac{2}{3}<0$인 실수 c가 구간 $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$에 존재하고, $f'\left(\frac{7}{2}\right)<0$ 이므로 최소 $x=2$와 $x=3$에서 $f'(x)<0$ 이다.

1) 만약 $f'(x)<0$을 만족하는 정수 x의 개수가 3개 이상이라면,

$f'(K-1)\times f'(K)\times f'(K+1)<0$을 만족하는 정수 K가 존재하게 된다.

2) $f'(x)<0$을 만족하는 정수 x의 개수가 2개이고, 이때 $f'(\alpha)<0$, $f'(\alpha+1)<0$이라 하자.

$f'(\alpha-2)>0$ 이고, $f'(\alpha-1)>0$ 또는 $f'(\alpha-1)=0$ 이다. 만약 $f'(\alpha-1)>0$ 이라면,

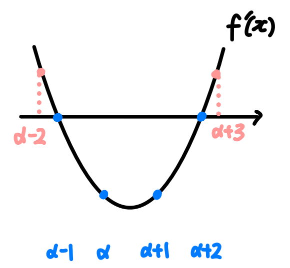
$f'(\alpha-2)\times f'(\alpha-1)\times f'(\alpha)<0$ 이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.

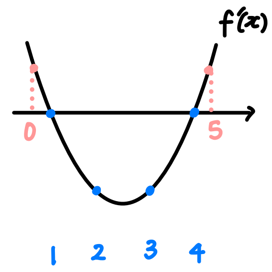
따라서 $f'(\alpha-1)=0$ 이다.

또한 $f'(\alpha+3)>0$ 이고, $f'(\alpha+2)>0$ 또는 $f'(\alpha+2)=0$ 이다. 만약 $f'(\alpha+2)>0$ 이라면,

$f'(\alpha+1)\times f'(\alpha+2)\times f'(\alpha+3)<0$ 이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 $f'(\alpha+2)=0$ 이다.

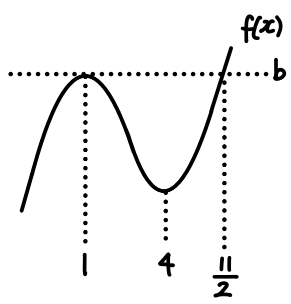




Step2

$f'(x)=3a(x-1)(x-4)$라 하자. (단, $a>0$)

삼차함수 비율관계에 의해 $f(x)=a(x-1)^2\left(x-\frac{11}{2}\right)+b$ 이다.



이때

$f\left(\frac{1}{2}\right)=a\times\left(\frac{1}{2}-1\right)^2\times\left(\frac{1}{2}-\frac{11}{2}\right)+b=3$ 이므로

$-\frac{5}{4}a+b=3$ 이고,

$f(2)=a\times(2-1)^2\times\left(2-\frac{11}{2}\right)+b=2$ 이므로

$-\frac{7}{2}a+b=2$ 이다.

따라서 $a=\frac{4}{9}$ 이고 $b=\frac{32}{9}$ 이므로

$f(7)=\frac{4}{9}\times(7-1)^2\times\left(7-\frac{11}{2}\right)+\frac{32}{9}=\frac{248}{9}$ 이다.

그러므로 $p=9$, $q=248$ 이므로 $p+q=257$ 이다.

> ＊ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.