레이와 7년 1월 20일 일요일 시행
대학입학공통테스트
수학 영역 - [수학Ⅰ·수학A] 과목

<해답상의 주의>

1. 해답은 해답용지의 문제번호에 대응하여 해답란에 색칠하시오.
2. 문제의 글 중간의 $\boxed{\text{아}}$, $\boxed{\text{이우}}$등에는, 부호($-$) 또는 숫자($0\sim9$)가 들어간다. 아, 이, 우, ... 하나하나에는 이것들 중의 하나가 대응된다. 그것들을 답안용지의 아, 이, 우, ...로 표시된 해답란에 색칠하여 답하시오.
   예시: $\boxed{\text{아이우}}$에 -83이 들어가야 하는 경우

아	● ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
이	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨
우	⊖ ⓪ ① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

3. 분수형으로 해답할 경우, 분수의 부호는 분자에 넣고 분모에 넣지 마시오.
   예를 들어, $\dfrac{\boxed{\text{에오}}}{\boxed{\text{카}}}$에 $-\dfrac{4}{5}$라고 답해야 할 경우는, $\dfrac{-4}{5}$라고 답하시오.
   또, 기약분수의 형태로 답하시오. 예를 들어, $\dfrac{3}{4}$라고 답할 것을 $\dfrac{6}{8}$과 같이 답하지 마시오.
4. 소수의 형태로 해답할 경우, 지정된 자릿수의 하나 아래 자리에서 반올림(사사오입)하여 답하시오. 또, 필요에 따라 지정된 자릿수에 맞게 ⓪에 표기하시오.
   예를 들어, $\boxed{\text{키}}.\boxed{\text{쿠케}}$에 2.5라고 답할 경우, 2.50으로 답하시오
5. 근호를 포함하는 형태로 해답할 경우, 근호의 안에 나타난 자연수가 최소가 되도록 답하시오.
   예를 들어, $4\sqrt{2}$, $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$라고 답할 것을 $2\sqrt{8}$, $\dfrac{\sqrt{52}}{4}$와 같이 답하지 마시오.
6. <$\boxed{\text{코}}$에 들어갈 수 있는 후보>와 같은 것이 제시된 경우, 선택지에서 정답에 해당하는 하나를 고르시오.*

* 본래 시험지 원본에서는 사각형의 형태로 구분하나, 편집상의 문제로 여기서는 구분하지 않습니다. 또, 정답군이 제시되는 경우 선택지가 한국과 달리 ⓪부터 시작하지 ①부터 시작하지 않음을 주의해 주세요.

** 동일한 숫자나 표현이 반복되는 경우 시험지 원본에서는 사각형의 굵기를 다르게 하여 구분하나 편집상의 문제로 이는 구현하지 못했습니다.

제 1문(배점 30)

[1] a, b를 실수로 하자. x에 관한 방정식

$$(2a+4b-2)x^2+(5a+11)x-b-8=0 \ \dots \ ①$$

을 생각하자.

(1) $a=1$로 하자.

b에 주목하면, ①의 좌변은

$$(4x^2-1)b+18x-8 \ \dots \ ②$$

로 표시한다. 따라서 ②를 인수분해하면

$$(2x-1)(\boxed{아}bx+b+\boxed{이})$$

가 된다. 그러므로, $x=\frac{1}{2}$는 ①의 해의 하나라는 것을 알 수 있다.

(2) $b=2$로 하자.

(i) ①의 좌변을 인수분해하면

$$(\boxed{우}x+\boxed{에})\{(a+\boxed{오})x-\boxed{카}\}$$

가 된다.

(ii) $a=2\sqrt{2}$일 때, ①의 해는

$$x=-\frac{\boxed{에}}{\boxed{우}},\ \boxed{키}-\boxed{쿠}\sqrt{2}$$

가 된다.

(iii) $a=-\boxed{오}$일 때는, ①의 해가 $x=-\frac{\boxed{에}}{\boxed{우}}$뿐일 때의 $\boxed{케}$.

<$\boxed{케}$에 들어갈 수 있는 후보>

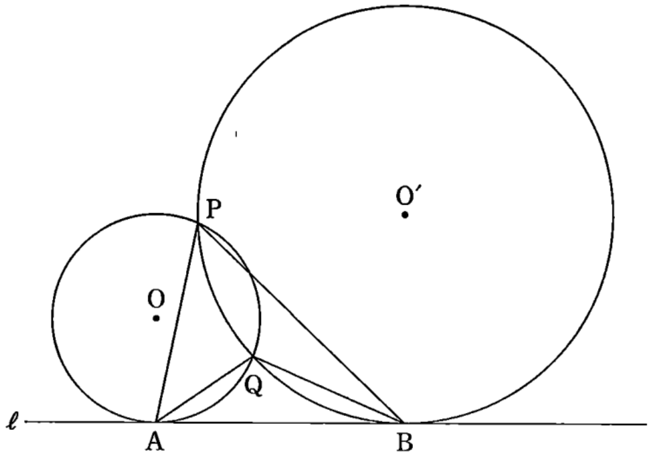
⓪ 필요조건이지만 충분조건은 아니다

① 충분조건이지만 필요조건은 아니다

② 필요충분조건이다

③ 필요조건도 충분조건도 아니다

[2] 그림 1과 같이, 직선 l 위의 점 A에서 l에 접하는 반지름 2인 원을 원 O로 하고, l 위의 점 B에서 l에 접하는 반지름 4인 원을 원 O′로 한다. 원 O와 O′은 2개의 점에서 만나고, 그 점을 P, Q라 하자. 단, $\angle \mathrm{APB} < \angle \mathrm{AQB}$이다. $\angle \mathrm{PAB}$는 예각이다. 이 때, $\triangle \mathrm{PAB}$와 $\triangle \mathrm{QAB}$에 대하여 생각하자.



<그림 1>

(1) $\angle \mathrm{PAB} = \alpha$, $\angle \mathrm{PBA} = \beta$로 두자.
원 O의 중심 O부터 직선 PA에 그은 수선과 직선 PA와의 교점을 H로 한다. $\angle \mathrm{OAB} = 90^\circ$이므로, $\angle \mathrm{AOH} = \alpha$이다. 그러므로 $\triangle \mathrm{OAH}$에 주목하면, $\mathrm{AH} = \boxed{코}\sin\alpha$이므로

$$\mathrm{PA} = 2\mathrm{AH} = \boxed{사}\sin\alpha \ \dots \ ①$$

이다.
마찬가지로 원 O′의 중심 O′부터 직선 PB에 그은 수선과 직선 PB와의 교점을 H′로 하면

$$\mathrm{PB} = 2\mathrm{BH'} = \boxed{시}\sin\beta \ \dots \ ②$$

임을 알 수 있다.
다음, $\triangle \mathrm{PAB}$의 외접원의 반경을 R_1으로 두고, 사인법칙에 따라

$$\frac{\mathrm{PA}}{\sin\boxed{스}} = \frac{\mathrm{PB}}{\sin\boxed{세}} = 2R_1$$

이 성립하므로

$$\mathrm{PA}\sin\boxed{세} = \mathrm{PB}\sin\boxed{스}$$

이다. 이 식에, ①과 ②를 대입하면

$$\sin\boxed{세} = \sqrt{\boxed{소}}\sin\boxed{스},\ \mathrm{PB} = \sqrt{\boxed{소}}\mathrm{PA}$$

가 됨을 알 수 있다. 따라서

$$R_1 = \boxed{타}\sqrt{\boxed{치}}$$

를 얻는다.

<$\boxed{스}$, $\boxed{세}$에 들어갈 수 있는 후보>(같은 것을 골라도 된다.)

① α

② β

(2) 타로와 하나코는, (1)의 고찰을 되돌아보고있다.

타로: $\triangle\mathrm{QAB}$의 외접원의 반지름을 구할 수 있을까?

하나코: (1)의 R_1을 구하는 방법을 참고하면 좋을 것 같아.

$\triangle\mathrm{PAB}$, $\triangle\mathrm{QAB}$의 외접원의 반경을 각각 R_1, R_2로 두자. 이 때, $R_1\boxed{츠}R_2$이다. 또, $\sin(\angle\mathrm{APB})\boxed{테}\sin(\angle\mathrm{AQB})$임을 알 수 있다.

<$\boxed{츠}$, $\boxed{테}$에 들어갈 수 있는 후보>(같은 것을 골라도 된다.)

⓪ $<$

① $=$

② $>$

(3) 타로와 하나코는, 지금까지의 고찰을 바탕으로, $\triangle\mathrm{PAB}$와 $\triangle\mathrm{QAB}$의 변의 길이에 대해 생각하고 있다.

타로: AB의 길이가 주어진다면 PA와 QA의 길이를 구할 수 있을 것 같아.

하나코: $\angle\mathrm{APB} < \angle\mathrm{AQB}$에 주의해서 구해보자.

$\mathrm{AB} = 2\sqrt{7}$로 하자. 이 때

$$\sin(\angle\mathrm{APB}) = \frac{\sqrt{\boxed{토나}}}{\boxed{니}}$$

이다. (1)로부터, $\mathrm{PB} = \sqrt{\boxed{소}}\,\mathrm{PA}$이므로

$$\mathrm{PA} = \sqrt{\boxed{누네}}$$

이다. 마찬가지로, $\mathrm{QA} = \sqrt{7}$임을 알 수 있다.

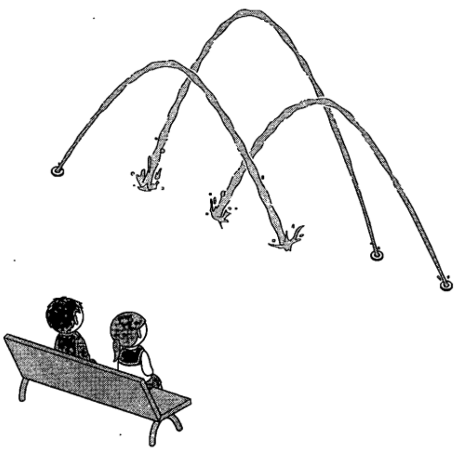
제 2문(배점 30)

[1] 하나코와 타로는, 공원에 있는 두 개의 작은 분수와 한 개의 큰 분수의 높이에 대해 이야기하고 있다.

하나코: 저 중앙의 큰 분수의 높이는 몇 미터일까?

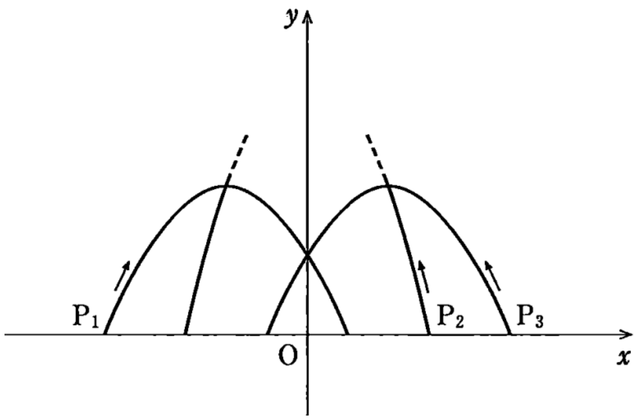
타로: 실제의 높이를 측정하는 것은 어려울 것 같아. 분수의 물이 그리는 곡선은, 포물선이 된다는 점을 들은 것 같아.

하나코: 그럼, 포물선을 판정하여, 대략적인 높이를 생각해 보자.



<참고 그림>

하나코와 타로는 분수의 높이에 대해 생각하고 있다. 분수의 물이 그리는 곡선은 세 개의 포물선이 된다. 세 개의 분수의 물이 나오는 위치는 수평면이나 지면에 있다. 그림 1과 같이 좌표축이 정해진 평면상에, 세 개의 분수를 정면으로 본 그림을 그린다. 좌우의 작은 분수의 물이 그리는 포물선에 대하여는 이후의 **[판정 1]**을, 중앙의 큰 분수의 물이 그리는 포물선에 대해서는 이후의 **[판정 2]**를 설정한다. 그림 1의 P_1, P_2, P_3은 분수의 물이 나오는 위치이다. 단, 높이의 단위는 미터이지만, 이하에서는 생략하기로 한다.



<그림 1>

[판정 1]

- 좌측의 작은 분수의 물이 그리는 포물선 C_1은, x축 상의 점 $\mathrm{P}_1\left(-\frac{5}{2},0\right)$에서 시작하여 점 $\left(\frac{1}{2},0\right)$에 도착한다.
- 좌측의 작은 분수의 물이 그리는 포물선 C_3은, x축 상의 점 $\mathrm{P}_3\left(\frac{5}{2},0\right)$에서 시작하여 점 $\left(-\frac{1}{2},0\right)$에 도착한다.
- C_1과 C_3는 점 $(0,1)$에서 만난다.

[판정 2]

- 중앙의 큰 분수의 물이 그리는 포물선 C_2는, x축 상의 점 $\mathrm{P}_2\left(\frac{3}{2},0\right)$에서 시작하여 C_3의 꼭짓점과 C_1의 꼭짓점을 지난다.

(1) **[판정 1]**과 **[판정 2]**을 기본으로 생각한다. C_1의 그래프를 그리는 이차함수를 $y=ax^2+bx+c$로 한다. 이 때, $c=\boxed{아}$이다. 또한

$$y=-\frac{\boxed{이}}{\boxed{우}}x^2-\frac{\boxed{에}}{\boxed{오}}x+\boxed{아}$$

이다.

C_1의 꼭짓점의 y좌표는 $\frac{\boxed{카}}{\boxed{키}}$이다. 이 사실을 이용하면, C_2의 꼭짓점의 y좌표는 $\frac{\boxed{쿠케}}{\boxed{코사}}$임을 알 수 있다.

따라서 큰 분수의 높이는, 작은 분수의 높이의 $\boxed{시}$이다.

<$\boxed{시}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 약 2배
① 약 3배
② 약 4배
③ 약 5배

(2) 하나코와 타로는, 큰 분수의 높이에 대해 이야기하고 있다.

하나코: 정면에서 볼 때 큰 분수가 작은 분수의 꼭짓점을 통과하는 것처럼 보이는 지금 분수의 디자인을 바꾸지 않으며 큰 분수의 높이를 바꿀 수 있을까?

타로: 좌우의 두개의 작은 분수는 바꾸지 않고, 큰 분수의 물이 나오는 위치를 바꾼다면 어떨까?

하나코: 큰 분수의 높이가 5 m가 될 때, 물이 나오는 위치를 생각해 보자.

[판정 2] 대신 **[판정 2']**을 정하자.

[판정 2']

- 중앙의 큰 분수의 물이 그리는 포물선 $C_2{}'$은, x축의 양의 부분의 점 $\mathrm{P}_2{}'$로부터 시작하여 C_3의 꼭짓점과 C_1의 꼭짓점을 지난다.
- $C_2{}'$의 꼭짓점의 y좌표는 5이다.

[판정 1]과 **[판정 2']**를 생각한다. 이 때, $\mathrm{P}_2{}'$은 P_2보다 $\dfrac{\boxed{스}}{\boxed{세}}$만큼 $\boxed{소}$에 가깝다.

<$\boxed{소}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ P_1

① P_2

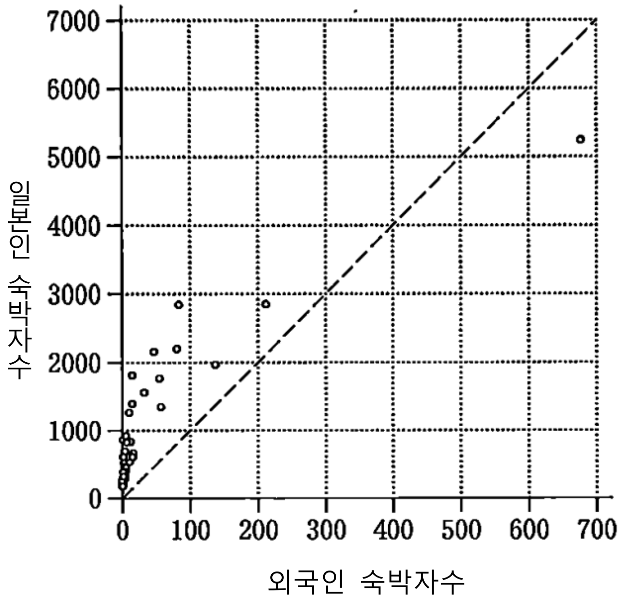
[2] 이 문제를 풀 때는, 주어진 데이터에 관하여, 다음 식에 해당하는 값을 이상치로 하시오.

(제1사분위수)-1.5×(사분위범위) 이하의 값
(제3사분위수)+1.5×(사분위범위) 이상의 값

타로는 47 도도부현에 있어서의 외국인 숙박자수와 일본인 숙박자수의 동향을 조사하기 위해, 그것들에 관한 데이터를 분석했다. 외국인 숙박자수를 일본국내 주소를 가지지 않은 숙박자의 인수의 1년간의 합계로 하고, 일본인 숙박자수를 일본국내 주소를 가진 숙박자의 인수의 1년간의 합계로 한다. 숙박자수에 관한 데이터는 천 단위에서 반올림(사사오입)하여 만 명 단위로 표시하되, 만 이하의 자리는 생략했다. 예를 들어, '4567890명'은 '457'로 표기한다.
(이하 그림과 표의 저작권은 국토교통성에 있음)

(1)

(i) 그림 1은, 47 도도부현에 있어서 레이와 4년의 외국인 숙박자수와 일본인 숙박자수의 산포도이다. 또, 산포도의 원점을 통과하며 기울기가 10인 직선을 그렸다. 단, 일본인 숙박자수가 1000을 넘는 도도부현의 수는 12이다.



<그림 1> 레이와 4년의 외국인 숙박자수와 일본인 숙박자수의 산포도

다음 (a)와 (b)는 그림 1에 관하여 기술한 것이다.

(a) 레이와 4년에 있어서, 외국인 숙박자수가 100을 넘고, 동시에 일본인 숙박자수가 2500을 넘는 도도부현의 수는 2이다.

(b) 레이와 4년에 있어서, 일본인 숙박자수가 외국인 숙박자수의 10배 미만인 도도부현의 비율은 50% 미만이다.

(a)와 (b)의 정오를 판정하면 $\boxed{\text{타}}$이다.

<$\boxed{\text{타}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ (a)와 (b) 모두 참

① (a)는 참, (b)는 거짓

② (a)는 거짓, (b)는 참

③ (a)와 (b) 모두 거짓

(ii) 47 도도부현에 있어서 레이와 4년의 외국인 숙박자수를 분석한 결과 이상치인 도도부현의 수는 8이었다.

표 1은 47 도도부현에 있어서 레이와 4년의 일본인 숙박자수를 작은 것부터 순서대로 나열하여, 그 순서대로 도도부현을 P1, P2, ..., P47로 한 것이다. 이 중에서, 외국인 숙박자수가 이상치로 된 도도부현(P37, P40, P42, P43, P44, P45, P46, P47)은 별표(*)로 표시하였다.

<표 1> 47 도도부현에 있어서 레이와 4년의 일본인 숙박자 수

都道府県	日本人宿泊者数	都道府県	日本人宿泊者数	都道府県	日本人宿泊者数	都道府県	日本人宿泊者数
P1	182	P13	373	P25	620	P37*	1339
P2	187	P14	388	P26	625	P38	1399
P3	197	P15	395	P27	646	P39	1547
P4	204	P16	401	P28	670	P40*	1765
P5	255	P17	405	P29	683	P41	1814
P6	270	P18	452	P30	705	P42*	1970
P7	276	P19	458	P31	831	P43*	2158
P8	286	P20	501	P32	832	P44*	2195
P9	303	P21	522	P33	839	P45*	2831
P10	321	P22	537	P34	876	P46*	2839
P11	328	P23	605	P35	925	P47*	5226
P12	351	P24	613	P36	1251		

표 1의 데이터에 대하여, 사분위범위는 $\boxed{\text{치}}$가 되므로, 레이와 4년의 외국인 숙박자수와 일본인 숙박자수의 양방에서 이상치가 되는 도도부현의 수는 $\boxed{\text{츠}}$이다.

<$\boxed{\text{츠}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 320
① 450
② 597
③ 638
④ 900
⑤ 966
⑥ 1253
⑦ 1261
⑧ 1602
⑨ 1864

(2) 47 도도부현에 있어서 어떤 해의 외국인 숙박자수를 x, 일본인 숙박자수를 y로 하고, x와 y의 순서쌍을 순서대로

$$(x_1,y_1),\ (x_2,y_2),\ \ldots,(x_{47},y_{47})$$

로 표시한다. x, y의 평균을 순서대로 $\overline{x}$, $\overline{y}$로 하고, x와 y의 분산을 순서대로 s_x^2, s_y^2으로 한다. 또한, x와 y의 공분산을 s_{xy}로 한다.

47 도도부현 순서대로 외국인 숙박자수와 일본인 숙박자수를 총 합한 숙박자수를 z로 하고, 그 값을

$$z_i = x_i + y_i \ (i = 1,2,\cdots,47)$$

로 한다. 예를 들어, $i = 7$의 경우는 $z_7 = x_7 + y_7$이다.

z의 평균을 $\overline{z}$라고 할 때

$$z_i - \overline{z} = (x_i - \overline{x}) + (y_i - \overline{y}) \ (i = 1,2,\cdots,47)$$

이다. 이 것에 주목하면, z의 분산 $s_z^2 = \boxed{\text{테}}$이다.

또, 레이와 4년의 x와 y의 사이에는 양의 상관관계가 있음을 그림 1로부터 할 수 있다. 이것으로부터, 레이와 4년에 있어서, s_z^2과 $s_x^2 + s_y^2$의 관계에 있어서 이후의 ⓪~②중 옳은 것을 하나 고르면 $\boxed{\text{토}}$임을 알 수 있다.

<$\boxed{\text{테}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $s_x^2 + s_y^2 - 2s_{xy}$

① $s_x^2 + s_y^2 - s_{xy}$

② $s_x^2 + s_y^2$

③ $s_x^2 + s_y^2 + s_{xy}$

④ $s_x^2 + s_y^2 + 2s_{xy}$

<$\boxed{\text{토}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $s_z^2 > s_x^2 + s_y^2$

① $s_z^2 = s_x^2 + s_y^2$

② $s_z^2 < s_x^2 + s_y^2$

(3) 타로가 사는 지역에는, 그 지역의 숙박을 촉진하기 위한 캠페인으로, 캠페인A와 캠페인B가 실시되고 있다.

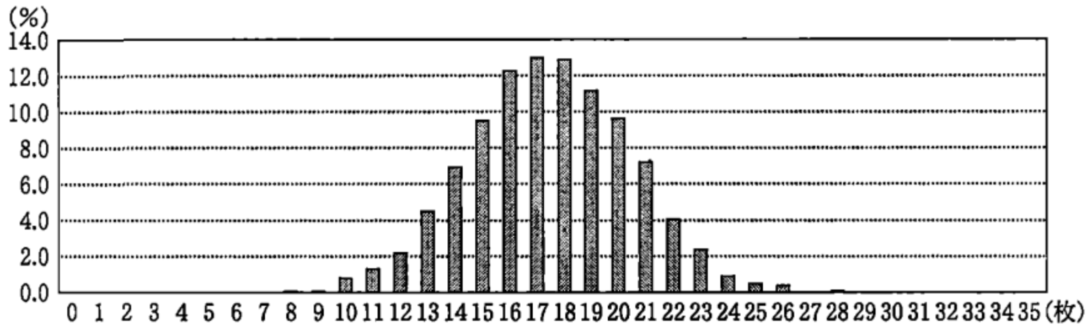
타로는, 캠페인A의 쪽이 좋다고 생각하는 사람이 많다는 것을 들었다. 이 소문대로, 캠페인A의 쪽이 좋다고 생각하는 사람이 많다는 것이 확인되었다. 그에 관하여, 무작위로 선택한 사람들에게 캠페인 A와 B 중 어느 쪽이 좋은지 앙케이트를 진행한 결과(단, 모름이나 기권은 없다), 총 응답수 35명 중, 23명이 캠페인 A의 쪽이 좋다고 답했다. 이 결과로부터, 일반적으로 캠페인 A의 쪽이 좋다고 생각하는 사람이 많은지 어떤지에 대하여, 다음의 **[방침]**을 생각했다.

[방침]

- "사람들이 캠페인 A의 쪽이 좋다고 대답한 비율과 캠페인 B가 좋다고 대답하는 비율은 동일하다."는 가설을 세운다.
- 이 가설을 바탕으로, 무작위로 선택한 35명의 사람들 중 23명이 캠페인 A가 좋다고 대답할 확률이 5% 미만이면 가설이 틀렸다고 판단하고, 5% 이상이면 가설이 틀렸다고 판단하지 않는다.

아래의 실험 결과는, 35개의 동전을 던지는 실험을 1000회 시행할 때, 앞면이 나온 동전의 개수를 세서, 각 개수가 몇 번 실험에서 관찰되었는지의 비율을 나타낸 것이다.

表の枚数(枚)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
割合(%)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.8	1.3
表の枚数(枚)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
割合(%)	2.2	4.5	6.9	9.5	12.3	13.0	12.9	11.2	9.6	7.2	4.1	2.4
表の枚数(枚)	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
割合(%)	0.9	0.5	0.4	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0



* 역주: 번역하기 조금 난해한 문장이었습니다. 쉽게 말하면, 35개의 동전을 던지는 실험을 1000번 했을 때, 각 실험마다 앞면이 나온 동전의 수를 세서, 앞면의 개수별 몇 번 실험에서 관찰되었는지를 정리한 것입니다. 예를 들어, 표에 따르면, 앞면이 나온 동전이 21개인 실험은 전체 실험의 7.2%였다고 합니다.

실험 결과를 이용하면, 35개의 동전중 23개 이상이 앞면이 나온 비율은 $\boxed{나}.\boxed{니}\%$이다. 이를, 35명의 사람 중 23인 이상이 캠페인 A의 쪽이 좋다고 대답할 확률이라고 보고, 방침을 따른다면, "사람들이 캠페인 A의 쪽이 좋다고 대답한 비율과 캠페인 B가 좋다고 대답하는 비율은 동일하다."는 가설은 $\boxed{누}$. 그러므로, 이번에 실시한 앙케이트의 결과로부터,, 캠페인 A의 쪽이 좋다고 생각하는 사람이 $\boxed{네}$.

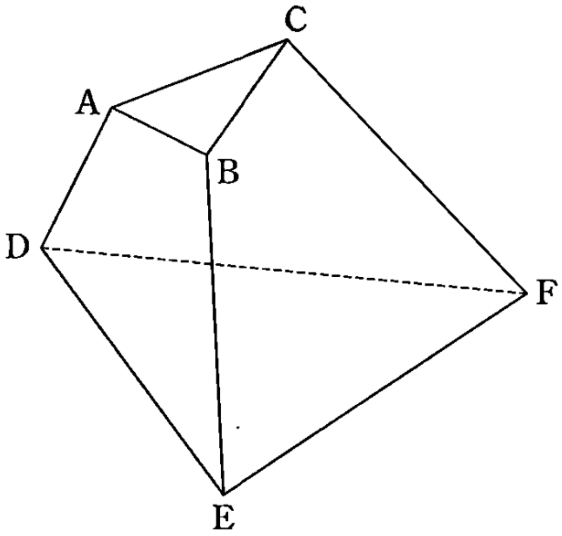
($\boxed{누}$와 $\boxed{네}$에 대해서는 가장 적절한 것을 고르시오.)

<$\boxed{누}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ 거짓이라고 판단한다
① 거짓이라고 판단하지 않는다

<$\boxed{네}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ 많다고 할 수 있다
① 많다고 할 수 없다

제 3문(배점 20)

6개의 점 A, B, C, D, E, E를 꼭짓점으로 하고, 삼각형 ABC와 DEF, 그리고 사각형 ABED, ACFD, BCFE를 면으로 하는 오면체가 있다. 단, 직선 AD와 BE는 평행하지 않다.
여기서는, 예를 들어 면ABC를 포함하는 평면을 평면ABC, 면ABED를 포함하는 평면을 평면ABED 와 같이 부르기로 한다.



<참고도>

(1) 세 직선 AD, BE, CF는 한 점에서 만난다. 다음은 이를 증명한 것이다.
직선 AD와 BE는 평면 ABED 위에 있고, 평행이 아니므로 하나의 점에서 만난다. 그 교점을 P로 하자. 점 P는 직선 AD 위에 있고, 직선 AD는 평면 ABED와 평면$\boxed{\text{아}}$와의 교선에 있기 때문에, 점 P는 평면 $\boxed{\text{아}}$위에 있음을 알 수 있다. 또한, 점 P는 직선 BE위에 있고, 직선 BE는 평면 ABED와 평면 $\boxed{\text{이}}$와의 교선에 있기 때문에, 점 P는 평면 $\boxed{\text{이}}$ 위에 있음을 알 수 있다. 평면 $\boxed{\text{아}}$와 평면 $\boxed{\text{이}}$의 교선은 직선 CF이므로, 점 P는 직선 CF위에 있음을 알 수 있다. 따라서, 세 직선 AD, BE, CF는 한 점에서 만난다.

<$\boxed{\text{아}}$, $\boxed{\text{이}}$에 들어갈 수 있는 후보>(같은 것을 골라도 좋다.)
⓪ ABC
① DEF
② ACFD
③ BCFE

(2) 오면체에 대하여, 면 ABC는 한 변의 길이가 3인 정삼각형이고

$$\mathrm{AD}=7, \mathrm{BE}=11, \mathrm{CF}=17, \mathrm{DE}=9$$

라고 하자. 또, 6개의 점 A, B, C, D, E, F는 하나의 구면 위에 있고, 그 구면을 S라고 하자. 직선 AD와 BE의 교점을 P라 하자.

(i) 평면 ABED와 구면 S가 만나는 부분은 원이고, 점 A, B, E, D는 그 원주 위에 있다. 이것으로부터 삼각형 PAB와 PED는 닮음임을 알 수 있고, 그 닮음비는 $1:\boxed{우}$이다. 따라서

$$\boxed{우}\mathrm{PA}=\mathrm{PB}+\boxed{에오}$$

$$\boxed{우}\mathrm{PB}=\mathrm{PA}+\boxed{카}$$

가 성립한다. 즉,

$$\mathrm{PA}=\boxed{키},\ \mathrm{PB}=\boxed{쿠}$$

이다.

(ii) 평면 BCFE와 구면 S가 만나는 부분에 주목하면, 방멱의 정리(할선정리)로부터

$$\mathrm{PC}=\boxed{케}$$

가 된다. 즉,

$$\mathrm{EF}=\boxed{코사},\ \mathrm{DF}=\boxed{시스}$$

가 된다.

(iii) $\angle\mathrm{ADE}$, $\angle\mathrm{ADF}$, $\angle\mathrm{EDF}$의 크기에 주목하여, 다음 명제 (a), (b), (c)의 정오를 판단하면 $\boxed{세}$이다.

(a) 평면 ABED와 평면 DEF는 수직이다.

(b) 직선 DE는 평면 ACFD에 대해 수직이다.

(c) 직선 AC와 직선 DE는 수직이다.

<$\boxed{세}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ (a), (b), (c) 모두 참
① (a), (b)는 참, (c)는 거짓
② (a), (c)는 참, (b)는 거짓
③ (a)는 참, (b), (c)는 거짓
④ (a)는 거짓, (b), (c)는 참
⑤ (a), (c)는 거짓, (b)는 참
⑥ (a), (b)는 거짓, (c)는 참
⑦ (a), (b), (c) 모두 거짓

제 4문(배점 20)

어떤 행사에서, 주최자가 다음의 **[게임]**을 만들었다.

[게임]

참가자는 제비뽑기를 3번 하며, 당첨이 나오면 1200엔 상당의 상품을 주최자로부터 받는고, 이후에 더는 제비뽑기를 할 수 없다. 참가자는 제비뽑기를 1회째, 2회째, 3회째에 각각 다른 상자에서 뽑는다. 1회차의 제비뽑기에서 당첨되지 않은 경우 2회차의 제비뽑기를 하고, 2회차의 제비뽑기에서 당첨되지 않은 경우 3회차의 제비뽑기를 한다. 주최자는 당첨 확률에 대해 다음과 같이 설정했다.

- 1회차에 당첨될 확률은 $\frac{3}{16}$이다.
- 1회차에 당첨되지 않고 2회차에 당첨될 확률은 $\frac{1}{8}$이다.
- 1, 2회차에 당첨되지 않고 3회차에 당첨될 확률은 $\frac{1}{16}$이다.

게임의 참가료에 있어서, 주최자는 두 종류의 지불 방법을 생각하고 있다. 참가료에 관한 설정의 타당성에 있어서, 주최자는 판단을 했다.

(1) 1회차 또는 2회차에 당첨이 될 확률은 $\frac{\boxed{아}}{\boxed{이우}}$이다. 이것으로부터 1회차, 2회차 모두 당첨되지 않을 확률은 $\frac{\boxed{에오}}{\boxed{카키}}$임을 알 수 있다. 한 번도 당첨되지 않을 확률은 $\frac{\boxed{쿠}}{\boxed{케}}$이다.

주최자가 참가자에 대하여 부담하는 금액을 X엔으로 한다. 참가자가 **[게임]**에서 경품을 수령할 때 $X=1200$, 경품을 수령하지 않을 때 $X=0$이다.

(2)

(i) X의 기댓값은 $\boxed{코사시}$이다.

(ii) 다음의 **[지불 방법 1]**을 생각하자.

[지불 방법 1]

참가자는 1회차의 제비뽑기를 하기 전에 참가료 500엔을 지불한다.

[지불 방법 1]의 경우, 주최자가 부담하는 금액 X엔의 기댓값이, 참가료의 금액 500엔 미만일 때, 주최자는 참가료의 설정이 타당하다고 판단하고, 이상일 때 타당하지 않다고 판단한다.

(i)에서 구한 기댓값 $\boxed{코사시}$엔은 참가료의 금액 500엔 $\boxed{스}$. 따라서 주최자는 참가료를 500엔 설정하는 것에 있어서 $\boxed{세}$라고 판단한다.

<$\boxed{\text{스}}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ 미만이다
① 이상이다

<$\boxed{\text{세}}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ 타당하다
① 타당하지 않다

(3) a는 양의 정수이다. 다음의 **[지불 방법 2]**를 생각하자.

[지불 방법 2]

참가자는 1회차, 2회차, 3회차의 제비뽑기의 전에 각각 요금 a엔을 지불한다. 이 요금은 제비뽑기에 대한 요금이므로 당첨된 후에는 더 이상 제비를 뽑을 수 없기에 제비뽑기 요금도 지불하지 않는다.

[지불 방법 2]가 채택될 경우, **[게임]** 전체에서 참가자가 지불하는 금액을 Y엔이라고 하자.

(i) $a=170$일 경우 다음이 성립한다.
- 1회차에 당첨될 경우 $Y=170$이다.
- 1회차에 당첨되지 않고 2회차에 당첨될 경우, $Y=340$이다.
- 1회차와 2회차 모두에 당첨되지 않을 경우 $Y=510$이다.

Y의 기댓값은 $\boxed{\text{소타치}}$이다.

(ii) **[지불 방법 2]**의 경우, 주최자가 부담하는 금액 X엔의 기댓값이, 참가료 Y엔의 기대치 미만이면 주최자는 제비뽑기에 대한 요금 설정이 타당하다고 판단하고, 이상이면 타당하지 않다고 판단한다.

(2)의 (i)에서 구한 X의 기댓값 $\boxed{\text{코사시}}$엔은, $a=170$으로 설정했을 때의 **[지불 방법 2]**에서 참가자가 지불하는 참가료 Y엔의 기댓값 $\boxed{\text{소타치}}$엔 $\boxed{\text{츠}}$. 따라서 주최자는 제비뽑기 요금을 170으로 설정하는 것이 $\boxed{\text{테}}$라고 판단한다.
또, 주최자가 제비뽀기 요금의 설정이 타당하다고 판단하는 경우는 $a>\boxed{\text{토나니}}$일 때이다.

<$\boxed{\text{츠}}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ 미만이다
① 이상이다

<테에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 타당하다

① 타당하지 않다