중수대명력의 영축 보간법 고찰

김동빈†, 전준혁‡

1. 서론

중국의 전통 역법에서 역(曆)을 만든다는 것은 곧 정삭(定朔)을 추산하는 것과 다를 바 없다. 정삭은 평균 합삭을 의미하는 경삭(經朔)에 해와 달의 부등 운행에 따른 보정값을 가감함으로써 결정된다.[1] 경삭은 삭망월의 길이[朔策]와 원동지에서 그 직전 경삭까지의 간격[閏應]만으로 결정되므로, 천문 상수가 정확하다는 전제하에 역법의 정확성은 태양과 달의 부등 운행을 얼마나 정확하게 계산할 수 있는지에 달려 있다고 볼 수 있다.

동서양의 옛 역법에서는 일정한 시간 간격으로 미리 계산된 수표(數表)를 이용하여 천체의 운행을 추산하였다.[2] 수표에 주어진 시간 간격이 충분히 짧다면, 천체의 위치가 선형적으로 변화한다고 가정하고 비례식을 써서 구하고자 하는 시점의 값을 비교적 정확하게 추산할 수 있다. 일월오행 중에서 가장 빠르게 움

DOI: http://dx.doi.org/10.36092/KJHS.2023.45.3.451

† 교신저자, 독립연구자, skynplanets@naver.com / ‡ 충북대학교 기초과학연구소, bamhan @chungbuk.ac.kr

[1] 藪內淸, 『中國の天文曆法』 (平凡社, 1969), 311-316; 유경로 · 이은성 · 현정준, 『세종장헌대왕실록 칠정산내편』 (세종대왕기념사업회, 1973), 86-87; 이은희, 『칠정산내편의 연구』 (한국학술정보, 2007), 90; 한영호 · 이은희 · 강민정, 『칠정산내편 1』 (한국고전번역원, 2020), 169.

[2] 중국 역법에서는 천체의 위치 또는 천문 현상을 추산하는 데 쓰이는 수표를 입성(立成)이라고 지칭한다. 본 논문에서는 의미 전달의 효과를 높이기 위해 맥락에 따라 용어를 달리 사용하였다. 중수대명력의 특정 수표를 지칭할 때는 "입성", 논의의 대상이 되는 여러 입성을 포괄적으로 언급할 때는 "천문표", 태양의 위치에 관한 천문표만 따로 언급할 때는 "태양 운행표"를 사용하였다.

직이는 달의 경우가 여기에 해당한다. 이와 대조적으로 태양은 매우 느리게 운행하기 때문에, 태양의 운행표는 달의 경우에 비해 훨씬 긴 시간 간격으로 작성될 수밖에 없다. 여기서 단순 비례식을 이용하는 선형 보간법보다 한층 더 정확한 보간법의 필요성이 대두된다.[3]

역사적으로 태양보다 달의 부등 운행이 먼저 발견되었다. 기원전 2세기에 히파르코스(Hipparchus, 기원전 190?-125?)가 달의 중심차(中心差)를 발견하였고, 기원후 2세기에는 프톨레마이오스(Klaudios Ptolemaeos, 85?-165?)가 출차(出差)를 발견하였다.[4] 중국에서는 후한(後漢)의 유홍(劉泓, 129-210)이 만들고, 오(吳)의 황무(黃武) 2년(223)부터 오의 멸망(280)까지 시행된 건상력(乾象曆)에서 월행지질(月行遲疾)이 처음 도입되었다.[5] 그 이전까지는 달의 평균 위치만을 계산할 수 있었던 것이 이로써 대략적이나마 달의 시위치를 계산할 수 있게 되었다.[6]

태양의 중심차는 기원전 2세기에 히파르코스가 처음 발견하였다.[7] 중국에서는 이보다 한참 늦은 6세기 말 북제(北齊)의 장자신(張子信, 생졸년 미상)에 의하여 처음 알려졌다.[8] 장자신이 발견한 일행영축(日行盈缩)은 유작(劉焯, 544-610)의 황극력(皇極曆)에 도입되었다.[9] 황극력의 일행영축 계산에는 현대의 2차 보간법과 유사한 방법이 사용되었다.[10]

---

3 중국 전통 역법에서는 태양 운행표가 약 2주 간격으로 계산되어 있다. 이런 경우에는 2차 보간법이 선형 보간법에 비해 훨씬 더 정확한 결과를 산출한다 (<그림 2> 참조). 선형 보간법으로 충분히 정확한 결과를 얻으려면 표에 주어진 시간 간격이 한 절기의 길이보다 훨씬 짧아야 한다 (각주 19 참조).

4 D. R. Dicks, *Early Greek Astronomy to Aristotle* (Ithaca: Cornell University Press, 1970), 25; G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest* (Princeton: Princeton University Press, 1998), 180-181 참조.

5 藪內淸, 앞 책, 76-78; 이문규, 『고대 중국인이 바라본 하늘의 세계』 (문학과지성사, 2000), 225-227.

6 이것은 중국 천문학사에서 획기적인 사건이다. 월행지질이 도입되고 나서야 비로소 평삭(平朔)이 아닌 정삭을 사용할 수 있게 되었기 때문이다. 정삭법이 처음 채용된 역은 당(唐, 618-907)의 부인균(傅仁均)이 만든 무인력(戊寅曆, 619-664)이다.

7 Michael Hoskin, *The Cambridge Concise History of Astronomy* (Cambridge: Cambridge University Press, 1999), 37-38; Joseph Needham, *Science and Civilization in China: Volume III, Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth* (New York: Cambridge University Press, 1959), 393; Toomer, op. cit., 153-154.

8 Needham, op. cit., 394.

9 藪內淸, 앞 책, 92-93.

현대의 보간법에서는 보간 다항식을 사용하는 것이 일반적이나, 기호 대수가 등장하기 이전에는 주어진 값들의 차를 누적하여 가감함으로써 주어진 두 점 사이에 있는 임의의 점에 대한 근삿값을 구하였다. 예를 들어, 중국 역법의 태양 운행표[盈縮入成]에서 구간별 영축적 변화량을 해당 구간의 시간 간격으로 나누어 분할 차분을 구한 다음, 이 값을 적절한 횟수만큼 거듭하여 더하거나 빼는 방식으로 구하고자 하는 날의 영축적의 1차 근삿값을 산출할 수 있었다.

중국 역법에서 사용된 보간법에 대해서는 그 원리와 절차가 비교적 잘 연구되어 있다.[11] 특히 이은성은 수시력에 사용된 초차법(*招差法*)이 현대의 3차 보간 다항식의 계수를 구하는 것과 수학적으로 동일하다는 사실을 증명하였다.[12] 그러나 칠정산 내외편과 함께 조선 시대 전반에 걸쳐 일월식 계산에 사용된 삼편법의 하나인 중수대명력은 한국 천문학사에서 중요한 역법인데도 그동안 계산 원리와 절차에 관한 논의가 상대적으로 저조하였다. 최근에 이르러 계산 절차의 수식화가 시도되었으나, 보간에 사용되는 기본 수치의 산출 원리와 방법은 아직 검토되지 않았다.[13] 보다 근본적인 문제는 최근의 연구에 제시된 보간 다

---

10 胡鐵珠, "第四章 第二節: 歷代曆法沿革" 『中國天文學史』 (北京: 文津出版社, 1992), 167-168 참조; 曲安京, 紀志剛, 王莱彬, 『中國古代數理天文學探析』 (西安: 西北大學出版社, 1994), 262-268 참조.

11 이은성, "招差法과 古代曆法에서의 그 應用", 『한국천문학회지』 7:1 (1974), 19-23; 이은희, 앞 책, 214-223; 曲安京, 紀志剛, 王莱彬, 앞 책, 7-28, 185-200, 251-317; 曲安京, 『中國數理天文學』 (北京: 科學出版社, 2008), 150-166, 316-322; 曲安京, 『中國歷法與數學』 (北京: 科學出版社, 2005), 233-296; 藪內淸, 앞 책, 317-323; Ki-Won Lee, "Analysis of Solar and Lunar Motions in the Seonmyeong Calendar," *Journal of Astronomy and Space Science*, 36:2 (2019), 87-96.

12 이은성, 앞 논문, 20-22.

13 Choi, Go-Eun, Lee, Ki-Won, & Mihn, Byeong-Hee, "Models of Solar and Lunar Motions in the Chinese Chongxiu-Daming Calendar," *Advances in Space Research*, 62 (2018), 3273-3278; 최고은, "중수대명력의 분석과 일식 계산의 현대적 비교", 한국과학기술연합대학원대학교 박사학위 논문(2019); 최고은(앞 논문, 56-59)이 설명한 영축 조뉵 보간법은 『중수대명력』 규장각본(奎12441, 018a-019b; 최고은의 앞 논문에서는 변경 전의 청구기호인 '奎7300'으로 인용됨)의 절차를 충실히 따른 것이라고 보기 어렵다(본 논문의 각주 39 참조). 원문에는 "초말범율에 일차의 반을 가감하여 얻은 초정율에 다시 일차를 누가감한다[爲日差半之 加減初末汎率 爲初末定率 … 以日差累加減其氣初定率 爲每日損益分]"(본 논문의 각주 36 참조)라고 되어 있으나, 이 내용은 그의 학위논문 어디에도 나와 있지 않다. 학위논문 부록(132-138)에 수록된 원문에서도 "求每日盈縮朓朒" 항목은 누락되어 있다. 영축 조뉵 보간법에 관한 한 최고은(앞의 논문, 57)이 인용한 원문은 "求每日損益盈縮朓朒" 항목이 유일하다. 여기에는 초정율(입성의 초율) 값을 산출하는 절차가 생략되어 있고, 분량도 소제목을 포

항식에 오류가 있다는 것이다.[14]

보간 다항식의 유일성 정리에 따르면, N+1개의 좌표에 적합한 N차 보간 다항식은 많아야 하나 존재한다.[15] 이것은 주어진 N+1개의 좌표를 맞추는 N차 다항식이 비록 그 형태가 다를지라도 모두 수학적으로 같다는 것을 의미한다.[16] 중수대명력의 보간법이 현대의 다항식 보간법과 수학적으로 동일하다면, 두 방법은 간단한 수학적 조작을 통해 상호 변환이 가능해야 한다. 이에 우리는 보간 다항식의 유일성 정리에 근거한 추론과 계산을 통해 중수대명력의 영축 보간법이 분할 차분법에 기초한 다항식 보간법과 어떤 유사성이 있는지 고찰할 필요가 있다고 판단하였다.

본 연구에서는 다음과 같은 문제들을 중점적으로 다루고자 한다. 1) 중수대명력에서 사용되는 보간법의 핵심 요소인 초율(*初率*)과 일차(*日差*) 값은 어떤 방법으로 산출되었는가? 2) 중수대명력의 영축 보간법은 같은 차수의 현대 보간법과 수학적으로 어떤 관계에 있는가? 3) 입성에 기재되어 있는 영축적(*盈縮積*) 값은 얼마나 정확한가? 4) 보간의 정확도와 역법의 예측치 사이에는 어떤 관련이 있는가?

2. 다항 함수 보간법과 오차의 한계 추정

주어진 점들을 지나는 연속 함수를 찾아서 구간 내에 임의의 한 점에 대한 함수의 근삿값을 구하는 방법을 보간법이라 한다. 보간 함수 가운데 가장 단순한 선형 보간식은 두 점을 잇는 직선이다. 구하고자 하는 구간에서 함수가 연속이면, 선형 보간법의 오차는 구간의 중점에서 최대가 되고, 그 크기는 근사되어지는 함수의 2차 도함수에 비례한다[그림 2 참조].[17] 선형 보간법은 가로축 좌푯값의 간격이 충분히 작은 경우 매우 효율적인 방법이다. 중수대명력의 "전정분급적도

함해 네 줄에 불과하다.

14 Mitsuru Sôma, "重修大明暦の日出入時刻", Mitsuru Sôma and Kiyotaka Tanikawa, eds., *Proceedings of the Seventh Symposium on "History of Astronomy"* (Tokyo: NAOJ, 2020), 73-78.

15 장건수 · 송만석 · 이지수, 『수치해석』 (한국방송통신대학교출판부, 1997), 53-55.

16 Shoichiro Nakamura, *Applied Numerical Methods on C* (Englewood Cliffs: Prentice-Hall International, 1993), 27.

17 Ibid., 26.

조뉵율(轉定分及積度朓朒率)” 입성처럼 좌푯값이 1일 간격으로 주어진 경우가 여기에 해당한다.[18,19] 매일의 영축적 값을 하루 미만의 구간에서 보간할 때에도 선형 보간법이 사용된다.[20]

세 개 이상의 점들을 하나의 곡선으로 맞추는 방법 중 가장 기본적인 방법은 다항 함수를 사용하는 것이다. 다항 함수 보간법 중에서 가장 널리 알려진 것은 라그랑주 보간법(Lagrange interpolation)과 뉴턴 다항 함수 보간법(Newton polynomial interpolation)이다. 라그랑주 보간법은 같은 구간 내의 다른 x에 대해 보간하려면 똑같은 양의 계산을 다시 해야 하므로, 같은 차수의 뉴턴 보간법에 비해 계산량이 훨씬 많다.[21] 따라서 표에 주어진 점들을 이용하여 보간할 때에는 뉴턴 보간법이 더 편리하다.

다항 함수 보간법에서 주의해야 할 점은, 좌표의 수를 증가시켜 더 높은 차수의 다항식을 사용한다고 해서 더 정확한 해에 수렴한다고 단정할 수는 없다는 것이다.[22] 일반적으로 가로축 좌푯값의 범위가 좁은 경우에는 상대적으로 낮은 차수의 다항식이 더 신뢰할 수 있는 결과를 산출한다.[23] 따라서 측정 오차가 비교적 큰 값들이 1일 간격으로 나열된 수표에 2차 이상의 보간 다항식을 적용하는 것은 피하는 것이 바람직하다. 이와 같은 판단에 필요한 정보가 바로 보간 오차의 한계이다.

보간 오차의 한계를 추정하려면, 먼저 적절한 차수의 보간 다항식을 산정해

---

18 최고은, 앞 논문, 59; 칠정산내편에서도 같은 방법이 사용된다. 유경로 · 이은성 · 현정준, 앞의 책, 76-77; 이은희, 앞 책, 88; 한영호 · 이은희 · 강민정, 앞 책, 151-154 참조; 칠정산 외편에서도 달의 부등 운행을 추산하는 데 선형 보간법이 사용된다. 김동빈, “칠정산 외편의 일식과 일출입 계산의 전산화”, 충북대학교 석사학위 논문(2009), 53-59; 안영숙, 『칠정산외편의 일식과 월식 계산법 고찰』 (한국학술정보, 2007), 75-78; 유경로 · 이은성 · 현정준, 『세종장헌대왕실록 칠정산외편』 (세종대왕기념사업회, 1973), 110-113, 132-134.

19 프톨레마이오스의 『알마게스트』에서는 태양의 부등 운행을 추산할 때에도 선형 보간법을 사용한다. 『알마게스트』의 태양 부등 운행표(Table of the Sun's Anomaly)에 주어진 가로축 좌푯값은 원지점에 대한 태양의 평균 운행 도수이고 그 간격은 3~6° (평균적으로 4일 간격)이다. 표에 주어진 좌푯값은 모두 90개이다. Toomer, *Ptolemy's Almagest* (cit. n. 4), 167 참조.

20 최고은, 앞 논문, 68; 칠정산내편에서도 같은 방법이 사용된다. 유경로 · 이은성 · 현정준, 앞 책, 62-63; 이은희, 앞 책, 87; 한영호 · 이은희 · 강민정, 앞 책, 128-131.

21 Nakamura, op. cit., 34.

22 Ibid., 31.

23 Ibid., 34.

그림 1. 보간 다항식의 차수에 따른 보간 결과의 차이

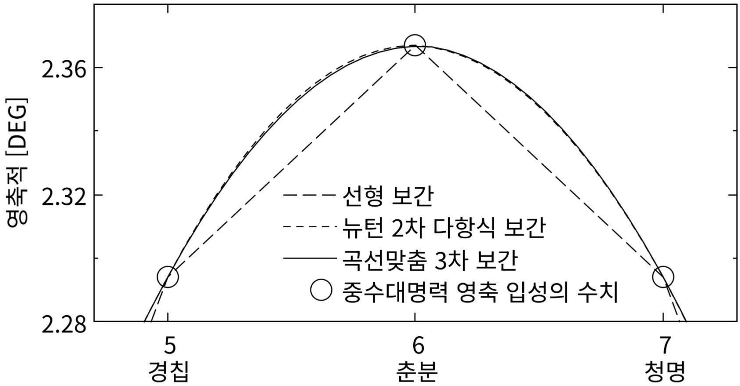
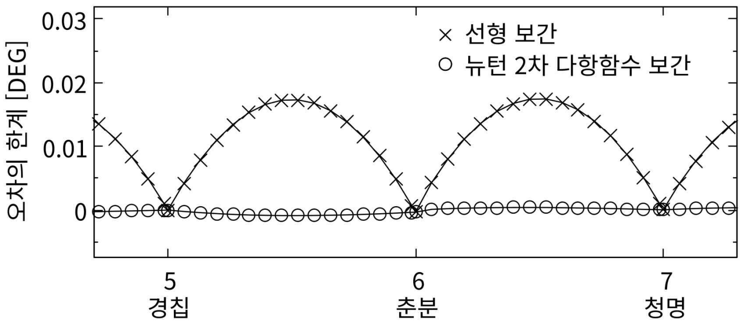


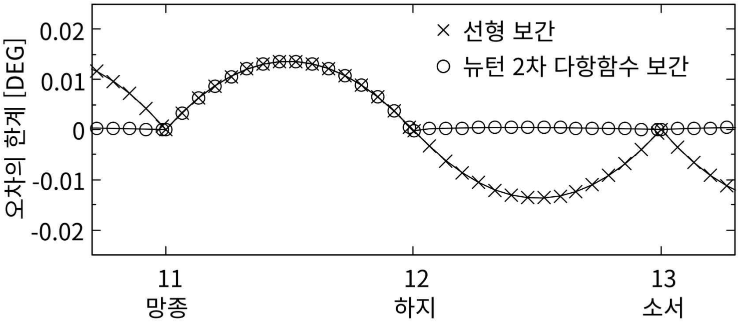
그림 2. 중수대명력 영축 보간 오차의 한계 (경칩~청명)



야 한다. 보간 다항식의 최적의 차수를 결정하는 절대적인 기준이 있는 것은 아니다. 그러나 차분표에서 차분 값들의 변화를 살펴봄으로써 실용상 큰 문제가 없는 최적의 차수를 쉽게 결정할 수 있다.

일반적으로 주어진 구간에서 함수가 연속이면, 차분표의 오른쪽으로 갈수록 차분 값은 0에 가까워진다. 중수대명력의 영축적 값을 이용하여 작성한 차분표에서는 3차 차분이 전부 0에 가깝고 절댓값의 크기도 고르게 나타난다[표 2 참조]. 그러므로 구간별 보간 다항식의 최적의 차수는 2이고, 오차의 한계를 추정하는 데 필요한 다항식의 차수는 3이다. 본 연구에서는 영축 입성에 주어진 24

그림 3. 중수대명력 영축 보간 오차의 한계 (망종~소서)



개의 자료점들을 네 구간(동지에서 춘분, 춘분에서 하지, 하지에서 추분, 추분에서 동지)으로 나눈 다음 각 구간에 최소제곱법을 적용하여 구간별 3차 다항식을 구하였다.

<그림 1>은 중수대명력의 영축 입성에 선형 보간식, 뉴턴 2차 다항 함수(전향차분공식), 곡선맞춤 3차 근사식을 적용하여 영축적 값을 추산한 결과를 나타낸 것이다.[24] <그림 2>와 <그림 3>은 보간 오차의 한계를 나타낸 것이다.

중수대명력의 영축 보간의 경우에는 2차 보간법이 선형 보간법보다 훨씬 더 정확하다. <그림 2>에 표시된 구간에서는 2차 보간법의 오차의 한계 그래프는 거의 수평에 가깝다. 그러나 <그림 3>의 망종 구간에서는 선형 보간과 2차 보간의 차이가 전혀 보이지 않는다. 대설 구간에서도 이와 같은 현상이 나타난다. 반면 곡선맞춤법으로 구한 2차 근사식을 사용하였을 때에는 보간 오차의 한계가 모든 구간에서 고르게 나타난다. 여기서 망종과 대설 구간에서는 주어진 자료점에 대한 직접적인 보간이 부적절하다는 것을 알 수 있다.

중국에서는 6세기 말에 이미 현대의 2차 보간법과 유사한 보간법이 사용되었다. 그러나 주어진 자료점에 대한 직접적인 보간 방식을 사용하는 한, 망종과

24 <그림 6>을 제외한 나머지 모든 그림은 계산값의 오차를 나타내는 그래프이다. 오차 그래프에서 원둘레를 365.25도(度)로 하는 중국식 각도 단위를 사용하면, 그래프를 읽을 때마다 그림에 표시된 수치를 현대 단위로 환산해야 하는 불편이 뒤따른다. 이 점을 감안하여 본 논문에서는 오차 그래프의 각도 단위로 60진법의 도(°)를 사용하였다. 60진법의 1°와 중국식 각도의 1度 사이의 대응 관계는 다음과 같다: 1°=1.0146度; 1度= 0.9856°.

대설 구간에서 보간 오차가 급격하게 증가하는 것을 피할 수 없다. 이것은 더 높은 차수의 보간법을 사용한다고 해서 해결될 문제가 아니다. 만일 다항 함수 보간법과 수학적으로 동일한 방법을 사용하였는데도 모든 구간에서 보간 오차의 한계가 고르게 나타난다면, 특정 구간에 예외처리 규칙을 적용했기 때문이라고 봐야 할 것이다.

3. 중수대명력의 영축 조뉵 입성의 조성 원리

1) 중수대명력의 태양 운행 모형

고대 중국의 다른 역법들과 마찬가지로 중수대명력의 태양 운행의 기준점은 동지점이다. 태양이 동지점을 지날 때 가장 빠르게 움직이고 하지점을 지날 때 가장 느리게 움직인다고 본 것이다. 이에 따라 태양의 운행은 동지점과 하지점을 기준으로 정확하게 대칭형으로 나타나게끔 되어 있다.

태양의 부등 운행은 지구가 태양을 중심으로 타원궤도 운동을 하기 때문에 나타나는 현상이다. 주위의 행성들이 지구에 미치는 섭동으로 지구의 근일점은 연평균 약 60″ 씩 지구 공전 방향으로 이동한다.[25] 하필이면, 중국 역법에 일행 영축이 도입될 무렵 지구의 근일점 통과일은 동짓날과 불과 12일밖에 차이가 나

---

25 이 값은 일정 기간에 걸친 평균값이고, 연간 변화량이 평균값의 100배가 넘는 경우가 대부분이다. 우리가 DE431을 사용하여 -12977년부터 +2023년까지 15,000년간 근일점 이동량을 계산한 결과는 다음과 같다. 연평균 이동량: +60.3″, 표준편차: 1.69° (연평균 이동량의 101배), 지구의 근일점 통과 시각이 동지 시각에 가장 근접한 순간: 1224년 12월 14일 3.8시(TD), 태양 황경 270.01°. 근일점 이동량은 어느 시점부터 몇 년 동안의 평균을 취하는지에 따라 조금씩 달라진다; 최고은(앞 논문, 50)이 제시한 결과(1246년)는 Meeus의 근사식 (J. Meeus, *Astronomical Algorithms* (Richmond: Willmann-Bell, Inc., 1998), 269-274 참조)으로 계산한 근사해이다. Meeus의 식으로 계산된 근일점 시각은 지구 중심이 아니라 지구-달 계의 질량 중심이 태양에 가장 가까운 순간이다. 기준점을 어디에 두느냐에 따라 근일점 통과 시각이 하루 이상 차이가 날 수 있다(Ibid., p. 273). 지구 중심 기준의 최종 해는 Meeus의 근사식으로 구한 근사해를 초깃값으로 놓고 DE431과 같은 고정밀 천체력을 이용하여 축차 근사법으로 구해야 한다. 우리가 이 방법으로 지난 15,000년 동안의 지구의 근일점(태양의 원지점) 통과 시각을 모두 계산해 본 바, 1224년의 근일점 통과일(12월 14일)에 태양이 거의 정확히 동지점에 위치한 것으로 확인되었다. 중국 역법의 동지 기준점 문제에 대해서는 후속 연구에서 자세히 논하고자 한다.

지 않았다.[26] 이에 따라 태양이 마치 동지점에서 가장 빠르게 움직이는 것처럼 보였고, 그 결과로 태양의 부등 운행을 추산하는 데 사용되는 영축 입성이 동지를 기준으로 만들어졌다.

역법의 기본 가정이 옳든 그르든 실용적인 면에서는 역일을 결정하고 역서를 편찬하는 데는 큰 문제가 없었다. 오히려 해와 달의 운행과 천문 현상을 더 정확하게 추산하려는 노력의 결과로 차분법을 비롯하여 다양한 수학적 기법들이 발전하게 된 긍정적인 면도 있다. 중수대명력의 일출입 계산에 사용된 3차 보간법[27]이 바로 그런 경우라고 판단된다. 7세기에 이미 3차 방정식이 사용되었고, 송대(北宋, 960-1127; 南宋, 1127-1279)에는 이보다 더 높은 차수의 방정식의 수치해법이 발달했다.[28] 이와 같은 수학적 방법이 동시대에 이루어진 천문표(天文表)의 처리 기법과 전적으로 무관하다고 볼 수는 없을 것이다. 이러한 이유로, 우리는 전통 중국 역법의 가장 큰 공헌은 천문표를 처리하기 위한 과정에서 꾸준히 개선된 수리적 기법의 진보에 있다고 생각한다.

2) 중수대명력의 영축 조뉵 입성의 구조

중수대명력에는 "이십사기일적도급영축(二十四氣日積度及盈縮)" 입성과 "이십사기일적도급조뉵(二十四氣日積度及朓朒)" 입성이 수록되어 있다.[29] 두 입성에서 가장 중요하고 기본이 되는 수치는 영축적 값이다. 영축적은 황도를 따라 균일한 각속도로 운행하는 평균 태양과 부등 운행을 하는 시태양[30]의 각거리를 의미하며, 현대 천문학의 중심차에 해당한다. 조뉵적은 영축적을 달의 평균 각속도(13.37도/일)로 나눈 것으로 평균 태양과 시태양의 각거리를 평균 태음이

---

26 중국사에서 일행영축이 공식적으로 도입된 최초의 역법은 수(隋, 581-619)의 장주현(張胄玄)이 만든 대업력(大業曆, 597-618)이다. 藪內淸, 앞 책, 92-93 참조; 대업력이 시행된 608년, 지구가 근일점을 통과할 때 태양은 동지점에서 약 11° 떨어져 있었다.

27 최고은, 앞 논문, 75-76; Sôma, op. cit., 74-75.

28 Needham, *Science and Civilization in China* (cit. n. 7), 123-126.

29 최고은(앞 논문, 50)은 "두 입성의 물리적 의미는 동일하다"고 하였다. 아마도 간단한 수치 조작만으로 영축 입성의 모든 수치를 조뉵 입성의 수치로 변환할 수 있다는 사실을 강조하기 위한 것으로 보인다. 그렇지만 변환 과정에서 단위가 달라지므로, 두 입성의 물리적 의미가 동일하다고 볼 수 없다 (본 논문의 식 1 참조).

30 여기서 말하는 시태양이란 동지점을 전후로 대칭 운동을 하는 태양으로 실제의 태양과는 약간의 차이가 있다. 실제 태양은 동지점이 아니라 지구가 근일점에 위치할 때 가장 빠르게 움직인다.

표 1. 중수대명력의 이십사기일적도급영축 입성

항기 i	일적도분초	손익율	초율	말율	일차	영축적
동지 0	0	0.7059	0.04988065	0.04288811	-0.00049179	盈 0.0000
소한 1	15.9243	0.5920	0.04258972	0.03521041	-0.00051899	0.7059
대한 2	31.7348	0.4718	0.03488480	0.02711874	-0.00054619	1.2979
입춘 3	47.4251	0.3453	0.02676286	0.01861616	-0.00057296	1.7697
우수 4	62.9889	0.2126	0.01822738	0.00971232	-0.00059887	2.1150
경칩 5	78.4200	0.0739	0.00911346	0.00059840	-0.00059887	2.3276
춘분 6	93.7124	-0.0739	0.00059840	0.00911346	-0.00059887	2.4015
청명 7	108.8569	-0.0216	0.00989650	0.01804320	-0.00057296	2.3276
곡우 8	123.8628	-0.3453	0.01880648	0.02657254	-0.00054619	2.1150
입하 9	138.7360	-0.4718	0.02731212	0.03469143	-0.00051899	1.7697
소만 10	153.4827	-0.5920	0.03540379	0.04239632	-0.00049179	1.2979
망종 11	168.1092	-0.7059	0.04288811	0.04988065	-0.00049179	0.7059
하지 12	182.6218	-0.7059	0.04988065	0.04288811	0.00049179	縮 0.0000
소서 13	197.1343	-0.5920	0.04258972	0.03521041	0.00051899	-0.7059
대서 14	211.7608	-0.4718	0.03488480	0.02711874	0.00054619	-1.2979
입추 15	226.5076	-0.3453	0.02676286	0.01861616	0.00057296	-1.7697
처서 16	241.3807	-0.2126	0.01822738	0.00971232	0.00059887	-2.1150
백로 17	256.3866	-0.0739	0.00911346	0.00059840	0.00059887	-2.3276
추분 18	271.5312	0.0739	0.00059840	0.00911346	0.00059887	-2.4015
한로 19	286.8235	0.2126	0.00989650	0.01804320	0.00057296	-2.3276
상강 20	302.2546	0.3453	0.01880648	0.02657254	0.00054619	-2.1150
입동 21	317.8184	0.4718	0.02731212	0.03469143	0.00051899	-1.7697
소설 22	333.5087	0.5920	0.03540379	0.04239632	0.00049179	-1.2979
대설 23	349.3192	0.7059	0.04288811	0.04988065	0.00049179	-0.7059

통과하는 데 걸리는 시간을 의미한다.

$$\frac{\text{영축적[도]}}{13.37\text{[도]/[일]}} = \frac{\text{영축적[도]}}{13.37\text{[도]}/5230\text{[분]}} = \text{조뉵적[분(시간)]} \qquad (1)$$

경삭과 정삭의 시간차(가감차)의 일부는 태양의 부등 운행에서 비롯된다. 이에 해당하는 값이 조뉵적이다. 조뉵 입성은 영축 입성의 수치를 단순 변환한 것으로 이 표를 사용하지 않더라도 역의 추산에 아무런 문제가 생기지 않는다. 수시력 계열의 역법에서는 영축적 값으로부터 조뉵적 값을 바로 계산하는 방식을 취한다.[31]

<표 1>은 중수대명력의 영축 입성의 내용을 숫자로 변환한 다음 <표 2>에 제시된 분할 차분 규칙에 따라 일부 수치에 음(-)의 부호를 추가한 것이다.[32] 입

31 한영호 · 이은희 · 강민정, 앞 책, 118-120.

32 본 논문에 실린 모든 표의 각도 단위는 원둘레를 365.25도로 하는 중국식 도(1度=0.9856°)이

성의 모든 수치는 1년의 1/24인 15.218483일 간격으로 실려 있으며,[33] 구하고자 하는 날의 영축적 값은 입성에 주어진 값들을 이용하여 보간법을 통해 구하도록 구성되어 있다.

첫 번째 열은 24기의 명칭과 일련번호(i)이다. 두 번째 열은 일적도분초(日積度分秒)로 동지 이후 i번째 구간의 시작점까지 태양이 운행한 각거리를 나타낸다. 세 번째 열은 태양이 i번째 구간을 지나는 동안 시태양과 평균 태양의 운행 도수의 차이를 의미하는 손익율(損益率)이다. 각 구간의 손익율은 그 구간과 다음 구간 사이의 영축적 값의 변화량이다. 예를 들어, $i=0$일 때의 손익율 값은 이 구간에서 시태양이 평균 태양으로부터 +0.7059도만큼 멀어졌다는 것을 의미하며, 부호가 (+)인 것은 이 구간에서 시태양이 평균 태양에 앞서 있다는 것을 의미한다.

일곱 번째 열은 중수대명력의 영축 조뉵 입성에서 가장 중요하고도 기본이 되는 영축적이다. 각 구간의 영축적 값은 직전 구간까지의 손익율의 누적값과 같다. 이 열에서 동지에 적힌 영(盈)은 동지에서 하지까지 황도상에서 시태양이 평균 태양의 동쪽(황경이 증가하는 방향)에 위치하고 있음을 의미하고, 하지에 적힌 축(縮)은 시태양이 평균 태양의 서쪽에 위치하고 있음을 의미한다.

3) 분할 차분표를 통한 영축 입성 분석

중수대명력의 영축 입성은 초율(4열), 말율(5열), 일차(6열)의 의미를 모르더라도 구하고자 하는 날의 영축적 값을 정확하게 산출할 수 있도록 일목요연하게 구성되어 있다[표 1 참조].

입성의 수치들을 이해하는 좋은 방법은 분할 차분표를 만들어 보는 것이다. 여기서, 분할이란 모든 차분을 해당 구간의 시간 간격으로 나눈다는 것을 의미한다. 분할된 차분을 사용하는 이유는 보간에 사용되는 주요 수치(초율, 말율, 일차)가 영축적의 변화율과 관련이 있기 때문이다.

다.

33 대통력(大統曆)의 "태양영축평립정삼차지원(太陽盈縮平立定三差之原)"도 약 2주 간격으로 구성되어 있다. 이에 대하여 이은성(앞 논문, 22쪽)은 "초차법에서 적일을 1일 간격으로 택하지 않고, 약 2주의 간격을 두고 계산하였는데, 이는 일평차와 그 차의 차가 너무 작아지면 오차가 커질 염려가 있을 것을 피하기 위함이다"라고 설명하였다; 우리의 견해는 이와 다르다. 초차법에서 적일을 1일 간격으로 하지 않은 것은 계산에 사용되는 영축적 값이 약 2주 간격으로 되어 있기 때문이다. 매일의 영축적 값을 알고 있다면 초차법을 사용할 이유가 없다.

표 2. 중수대명력 영축적 분할 차분표

항기	적일	영축적	손익율	중율	합차	일차
i	x_i	f_i		Δf_i		$\Delta^2 f_i$
				1차 차분		2차 차분
	동지 후 경과 일수	중심차	영축적의 증감	영축적의 변화율	1차 차분의 증감	영축적의 2차 변화율
			$f_{i+1}-f_i$	$\frac{f_{i+1}-f_i}{x_1}$	$\Delta f_{i+1}-\Delta f_i$	$\frac{\Delta f_{i+1}-\Delta f_i}{x_1}$
0	0.000000	0.0000	0.7059	0.04638439	-0.00748432	-0.00049179
1	15.218483	0.7059	0.5920	0.03890007	-0.00789829	-0.00051899
2	30.436966	1.2979	0.4718	0.03100178	-0.00831227	-0.00054620
3	45.655449	1.7697	0.3453	0.02268951	-0.00871966	-0.00057297
4	60.873932	2.1150	0.2126	0.01396985	-0.00911391	-0.00059887
5	76.092416	2.3276	0.0739	0.00485594	-0.00971188	-0.00063816
6	91.310899	2.4015	-0.0739	-0.00485594	-0.00911391	-0.00059887
7	106.529382	2.3276	-0.2126	-0.01396985	-0.00871966	-0.00057297
8	121.747865	2.1150	-0.3453	-0.02268951	-0.00831227	-0.00054620
9	136.966348	1.7697	-0.4718	-0.03100178	-0.00789829	-0.00051899
10	152.184831	1.2979	-0.5920	-0.03890007	-0.00748432	-0.00049179
11	167.403314	0.7059	-0.7059	-0.04638439	0.00000000	0.00000000
12	182.621797	0.0000	-0.7059	-0.04638439	0.00748432	0.00049179
13	197.840280	-0.7059	-0.5920	-0.03890007	0.00789829	0.00051899
14	213.058764	-1.2979	-0.4718	-0.03100178	0.00831227	0.00054620
15	228.277247	-1.7697	-0.3453	-0.02268951	0.00871966	0.00057297
16	243.495730	-2.1150	-0.2126	-0.01396985	0.00911391	0.00059887
17	258.714213	-2.3276	-0.0739	-0.00485594	0.00971188	0.00063816
18	273.932696	-2.4015	0.0739	0.00485594	0.00911391	0.00059887
19	289.151179	-2.3276	0.2126	0.01396985	0.00871966	0.00057297
20	304.369662	-2.1150	0.3453	0.02268951	0.00831227	0.00054620
21	319.588145	-1.7697	0.4718	0.03100178	0.00789829	0.00051899
22	334.806628	-1.2979	0.5920	0.03890007	0.00748432	0.00049179
23	350.025112	-0.7059	0.7059	0.04638439	0.00000000	0.00000000
24	365.243595	0.0000	0.7059	0.04638439		

본 논문에서 사용하는 분할 차분의 정의는 수치해석 교과서에서 설명하는 것과는 조금 다르다. 현대 수치해석에서의 분할 차분은 분할 간격이 차분의 차수에 비례하여 증가한다.[34] 반면에 본 연구에서 사용하는 분할 차분은 이전 차분

34 Kendal E. Atkinson, *Elementary Numerical Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1993), 111-117; Nakamura, *Applied Numerical Methods on C* (cit. n. 16), 34-42.

의 차를 항상 일정한 간격으로 분할한다. 현대 수치해석의 분할 차분 개념과 규칙을 적용하면 차분 값이 그대로 뉴턴형 보간 다항식의 계수가 된다는 장점이 있으나,[35] 계수와 입성의 주요 수치 사이의 대응 관계가 쉽게 파악되지 않는다는 문제가 있다. 이러한 점을 고려하여 우리는 분할 차분을 다음과 같이 정의하였다.

1차 분할 차분: $\Delta f_i \equiv \dfrac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$ (2)

k차 분할 차분: $\Delta^k f_i \equiv \dfrac{\Delta^{k-1} f_{i+1} - \Delta^{k-1} f_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (\because k > 0)$ (3)

<표 2>는 이 규칙에 따라 정리한 영축적 분할 차분표이다. 표에서 1열은 구간의 순서를 나타내고, 2열과 3열은 각 구간의 시작점의 좌표이다. 4열은 함숫값의 증감분, 5열은 함숫값의 증감분을 입성의 시간 간격으로 나누어 얻은 1차 차분이고, 6열은 1차 차분의 증감분이다. 7열은 1차 차분을 기본 시간 간격으로 나누어 얻은 2차 차분으로, 영축적 함수의 2차 변화율이다.

분할 차분표에서 크게 두 가지 특징을 확인할 수 있다. 첫째, 1차 차분은 구간에 따라 편차가 크고, 하지 구간($i = 12$)을 전후로 대칭적인 형태를 하고 있다. 둘째, 1차 차분에 비해 2차 차분은 그 크기가 고르게 나타난다. 이것은 영축 입성의 함숫값들이 2차 다항 함수로 표현 가능한 측정값에서 비롯되었을 가능성을 암시한다.

입성의 일차(日差) 값은 차분표의 2차 차분 값과 소수점 아래 일곱째 또는 맨 끝자리까지 일치한다. 일차 값이 표 2의 분할 차분 규칙에 따라 산출되지 않았다면 이렇게 잘 일치할 수가 없을 것이다. 반면에 1차 차분에 대응하는 수치는 명시적으로 드러나 있지 않다. 그러나 입성의 초율과 말율 값이 1차 차분 값과 크게 다르지 않다는 사실에서 이 두 수치 또한 분할 차분 규칙과 관련이 있음을 알 수 있다.

4) 중수대명력의 영축 보간 절차와 문제점

---

35 뉴턴형 보간 다항식의 일반형은 다음과 같다:
$p_n(x) = f(x_0) + (x - x_0) f[x_0, x_1] + \dots + (x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_n) f[x_0, x_1, \dots, x_n]$;
Atkinson, op. cit., 115 참조.

외형적인 면에서는 중수대명력에서 사용되는 보간 절차와 현대의 보간법은 판이하게 다르다. 현대의 다항 함수 보간법에서는 분할 차분표에 나타나는 2차 차분의 절반이 보간 다항식의 2차항의 계수가 되므로, 일차의 반값에 경과한 날수의 제곱을 곱하면 2차항의 값이 바로 계산된다. 그러나 중수대명력에서는 일차의 반이 아니라 단순히 일차를 "누가감(累加減)"한다고 설명할 뿐 자세한 절차는 알 수 없다.

비슷한 시기의 다른 역법들과 마찬가지로, 중수대명력에서도 "매일의 영축조뉵을 구하는 방법[求每日盈縮朓朒]"은 용어와 절차를 분할 차분표와 대조하지 않고서는 제대로 이해하기가 쉽지 않다. 우리는 분할 차분표와 입성의 수치를 일일이 맞추어 보고 검산하는 과정을 수차례에 걸쳐 반복한 끝에 그 절차를 의역할 수 있었다.

> 각 기의 손익율(영축을 구할 때는 영축 [입성의] 손익을 사용하고, 조뉵을 구할 때는 조뉵 [입성의] 손익을 사용한다)을 [세]상한의 1/6 값[기책]으로 나눈 것은 그 기의 중율이라 한다. 이것과 다음 기의 중율을 서로 감한 것을 합차라 한다. 합차의 반을 그 기의 중율에 가감한 것을 초말범율이라 한다(동지와 하지 후에는 가한 것이 초율, 감한 것이 말율이고, 춘분과 추분 후에는 감한 것이 초율, 가한 것이 말율이다). 다시 합차를 [세]상한의 1/6 값[기책]으로 나눈 것을 일차라 한다. 일차의 반을 초말범율에 가감한 것을 초말정율이라 한다(동지와 하지 후에는 감한 것이 초율, 가한 것이 말율이고, 춘분과 추분 후에는 가한 것이 초율, 감한 것이 말율이다). 일차를 그 기의 초말정율에 누가감한 것이 매일의 손익분이다(동지와 하지 후에는 감하고, 춘분과 추분 후에는 가한다). 매일의 손익분을 그 기의 영축조뉵에 가감한 것이 매일의 영축조뉵이다(춘추분 전의 1기에서는 [그 기의 중율과] 후율을 상감하면 합차가 나오지 않으므로, 모두 바로 앞 기의 합차를 사용한다).[36,37]

36 "各置其氣損益率, (求盈縮, 用盈縮之損益; 求朓朒,用朓朒之損益). 六因, 如象限而一, 爲其氣中率; 與後氣中率相減, 爲合差; 半合差, 加減其氣中率, 爲初末汎率. (至後, 加初減末; 分後, 減初加末). 又置合差, 六因, 如象限而一, 爲日差; 半之, 加減初末汎率, 爲初末定率; (至後, 減初加末; 分後, 加初減末). 以日差累加減其氣初定率, 爲每日損益分; 至後,減; 分後, 加. 各以每日損益分加減氣下盈縮朓朒, 爲每日盈縮朓朒. (二分前一氣無後率相減爲合差者,皆用前氣合差)." 『중수대명력』 규장각본(奎12441, 018b-019a).

37 소괄호 안의 문구는 원문(奎12441)에서 작은 글씨로 쓰여진 보충 설명이다. 대괄호 안의 낱말은, 원문에는 없으나 계산 절차를 이해하는 데 필요하다고 판단되어, 우리가 추가한 것이다. 이 번역문은 중수대명력 영축 입성에 수록된 수치들의 수리적 의미를 최대한 살리는 선에서 의역

이 절차에 따라 산정된 초정율과 말정율 값은 영축 조뉵 입성의 초율 및 말율 값과 정확히 일치한다. 따라서 중수대명력의 영축 조뉵 계산 절차는 영축 조뉵 분할 차분표를 만드는 것과 수학적으로 동일하다고 볼 수 있다.

먼저, 중율(中率)이란 각 구간에서 영축적의 증감분(손익율)을 구간의 시간 간격(15.218483일)으로 나눈 것이다. 이것은 분할 차분표의 1차 차분(영축적 함수의 변화율)에 해당한다. 합차(合差)는 1차 차분의 증감분이다. 이것을 구간의 시간 간격으로 나누면 영축적 함수의 2차 변화율을 얻게 된다. 이것이 바로 2차 차분, 즉 일차이다. 일차의 반을 초범율(初汎率)에 가감하여 얻은 초정율(初定率)은 보간 다항식의 1차항의 계수와 직접적인 관련이 있다. 마지막 문구("바로 앞 기의 합차를 사용한다")는 분할 차분표의 값을 살펴보지 않고서는 이해하기 쉽지 않은 설명이다. 경칩 구간($i = 11$)과 백로 구간($i = 17$)의 경우 기중율(氣中率)과 후중율(後中率) 값이 부호만 다르고 크기가 같다. 중수대명력에서는 음수 부호가 사용되지 않으므로, 두 값을 서로 감하면 0이 되어 합차가 나오지 않는다. 이 경우에는 앞의 기의 값을 사용한다는 의미이다.

"일차를 그 기의 초말정율에 누가감한 것을 매일의 손익분이라 한다"는 문구는 2차 보간의 문제를 지나치게 단순화한 것으로 보인다. 일차를 어떤 방식으로 누가감하는가에 따라 보간 오차가 크게 달라지는데, 원문에는 그 절차가 축약되어 있어서 수리적 논증을 통하지 않고서는 그 원형을 파악하기가 어렵다.

5) 중수대명력 영축 보간법의 예외처리 규칙

중수대명력의 영축 입성은 동지와 하지를 기준으로 완벽하게 대칭을 이루도록 구성되었기 때문에, 기중율과 후중율의 값이 일치하는 구간이 있다. 두 값의 크기는 같고 부호가 다른 경우가 2회(경칩-춘분, 백로-추분), 크기와 부호가 모두 같은 경우가 2회(망종-하지, 대설-동지) 나타난다.

앞서 설명했듯이 기중율과 후중율은 합차를 구하는 데 사용된다. 두 수치가 부호만 다르고 크기는 같을 때에는 음수의 개념이 없던 당시의 산법으로 합차를 산정할 수 없다.[38] 중수대명력에서는 이런 경우에 바로 앞 구간의 합차 값을

된 것이다. 우리의 연구를 토대로 더 나은 번역이 나오기를 기대한다.

38 주세걸, 허민 옮김, 『산학계몽 상』 (소명출판, 2009), 39; 허민의 역주에 의하면, "중국에서는 고대부터 음수를 사용했는데, … 양수는 빨간 산대로 음수는 검은 산대로 나타냈다. 또는 일의 자리를 나타내는 산대 위에 다른 산대를 비스듬히 올려놓는 방법으로 음수를 나타내기도

차용함으로써 문제를 해결하였다. 이에 따라 경칩과 춘분의 경계, 그리고 백로와 추분의 경계 근처에서 오차의 한계 그래프가 다른 형태로 나타난다[그림 5 참조].

분할 차분 규칙을 엄격히 따른다면, 망종과 대설 구간에서는 합차가 정확히 0이어야 한다. 합차가 0이면 일차도 0이고, 그 결과 보간 다항식의 2차항의 계수가 0이 된다 (식 11 참조). 이렇게 되면 이 두 구간에서 보간 오차가 가파르게 증가하는 것을 피할 길이 없다[그림 3 참조]. 그러나 중수대명력의 "매일의 영축 조뉵을 구하는 방법"에 제시된 규칙(춘추분 전의 1기에서는 바로 앞 기의 합차를 사용한다)을 준용하면, 이들 구간에서 보간 오차의 한계를 다른 구간에서와 비슷한 수준으로 줄일 수 있다.

오늘날에는 수치해석의 방법으로 보간 오차의 한계를 추정할 수 있으나 당시에는 그러한 방법이 없었다. 따라서 중수대명력의 편찬자(혹은 천문표의 계산을 맡은 자)가 오차 개념에 입각해 예외처리 규칙을 도입했다고 보기는 어렵다. 가장 단순한 설명은 중수대명력의 영축 입성에 내재된 대칭의 원리를 따랐다는 것이다. 영축적 분할 차분표(<표 2>)에서 합차와 일차의 절댓값은 망종 구간 ($i = 11$)과 대설 구간($i = 23$)을 기준으로 대칭을 이룬다. 합차와 일차의 부호 또한 대칭적으로 배열되어 있는데, 망종 이전은 (-)이고, 하지 이후는 (+)이다. 따라서 망종 구간의 일차는 −0.00049179가 되고, 대설 구간의 일차는 +0.00049179가 된다.

6) 분할 차분법에 의한 중수대명력의 영축 조뉵 보간 절차의 수식화

중수대명력에서 사용되는 보간법의 핵심을 파악하기 위한 좋은 방법은 분할 차분표를 이용하여 입성에 수록된 초말율 및 일차 값을 산출해 보는 것이다. 초말율 값과 관련하여 수치 실험을 통해 알게 된 중요한 사실은 입성에 수록된 수치들이 계산의 편의에 따라 임의로 조정된 것이 아니라는 점이다. 이 절에서는 중수대명력의 영축 조뉵 계산 절차가 분할 차분법에 기초한 2차 다항 함수 보간법과 수학적으로 동일하다는 점을 증명해 보이겠다.

2차 보간 다항식의 계수는 세 개이므로, 각 구간마다 연속하는 세 구간의 좌

했다"; 술자(術者)들이 산대를 이용하여 계산을 수행할 때는 분명히 이와 같은 방법을 사용하였을 것이다. 그러나 그 절차를 문서화할 때에는 어떤 표기법을 사용했는지 분명하지 않다. 중수대명력에서는 음수 부호가 전혀 쓰이지 않는다.

표가 필요하다. $f_i(x)$가 구간 $[i, i+2]$ 위에서 정의된 함수이고, x_i, x_{i+1}, x_{i+2}에서 $f_i(x)$의 함숫값을 알고 있다. 주어진 세 개의 점에서 아래의 조건

$$p_i(x_i) = f_i(x_i), \quad i = 0, 1, 2, \ldots\ldots, 23 \tag{4}$$

을 만족하는 차수가 2보다 크지 않은 보간 다항식 $p_i(x)$를 만들려고 한다. 보간 다항식의 유일성 정리에 의하면, i번째 구간에서 위의 조건을 만족하는 $p_i(x)$는 하나뿐이다. $p_i(x)$와 $f_i(x)$는 주어진 세 개의 점에서 함숫값이 같으므로, 세 점 각각에 대하여 아래의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} p_i(x_i) &= a_i + b_i x_i + c_i x_i^2 = f_i(x_i) \\ p_i(x_{i+1}) &= a_i + b_i x_{i+1} + c_i x_{i+1}^2 = f_i(x_{i+1}) \\ p_i(x_{i+2}) &= a_i + b_i x_{i+2} + c_i x_{i+2}^2 = f_i(x_{i+2}) \end{aligned} \tag{5}$$

계수 a_i는 i번째 구간의 시작점에서의 함숫값(영축적)으로 입성에 이미 주어져 있다. 따라서 이 문제는 계수 b_i와 c_i를 미지수로 두는 이원 일차 연립방정식을 푸는 것과 같다. 풀이 과정을 생략하고, 계수 c_i에 관한 식을 정리하면 다음과 같다.

$$c_i(x_{i+2} - x_i) = \frac{f_i(x_{i+2}) - f_i(x_{i+1})}{x_{i+2} - x_{i+1}} - \frac{f_i(x_{i+1}) - f_i(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \tag{6}$$

이 식은 차분 기호를 쓰면 아래와 같이 간결하게 표현된다.

$$c_i = \frac{\Delta f_{i+1} - \Delta f_i}{2(x_{i+1} - x_i)} = \frac{1}{2}\frac{\Delta f_{i+1} - \Delta f_i}{\Delta t} = \frac{\Delta^2 f_i}{2} \tag{7}$$

여기서, Δt는 입성의 기본 시간 간격이고, $\Delta^2 f_i$는 2차 차분이다. 이 관계식은 모든 구간에서 $p_i(x)$의 2차항의 계수 c_i가 해당 구간의 2차 차분 값의 절반임을 의미한다.

계수 c_i의 값을 구하였으므로, 같은 방법으로 b_i는

$$b_i = \Delta f_i - \frac{\Delta^2 f_i (x_{i+1} - x_i)}{2} = \Delta f_i - \frac{\Delta^2 f_i}{2} \Delta t \tag{8}$$

임을 알 수 있다.

계수 b_i를 중수대명력의 용어를 사용하여 풀어 쓰면, 1차항의 계수 b_i와 초정율(입성의 초율)과 일차의 관계식

$$
\begin{aligned}
b_i &= \text{기중율} - \frac{\text{일차}}{2}\text{기책} \\
&= \text{기중율} - \frac{\text{합차}}{2} \\
&= (\text{기중율} - \frac{\text{합차}}{2} + \frac{\text{일차}}{2}) - \frac{\text{일차}}{2} \\
&= \text{초정율} - \frac{\text{일차}}{2}
\end{aligned} \tag{9}
$$

을 얻는다.

보간 다항식의 계수를 모두 구하였으므로, 아래의 관계식을 이용해 매일의 영축적 값을 구할 수 있다.

$$\text{매일의 영축적} = \text{그 기의 영축적} + (\text{초정율} - \frac{\text{일차}}{2})x + \frac{\text{일차}}{2}x^2$$

$$p_i(x) = f_i + (C_i - \frac{\Delta^2 f_i}{2})x + \frac{\Delta^2 f_i}{2}x^2 \tag{10}$$

여기서, x는 i번째 구간의 시작점으로부터 구하고자 하는 날까지 경과한 날 수이다.

그런데 식 (10)을 사용하면 일차를 정수배만큼 누가감하는 데서 문제가 발생한다. 일차의 반값이 아니라 일차 값을 그대로 누가감하는 경우 식 (10)의 2차항을 계산하는 데 필요한 연산 횟수는 $x^2/2$이어야 한다. 여기서 x가 짝수이면 아무런 문제가 없으나 홀수이면 누가감 횟수가 정수로 떨어지지 않는다. 중수대명력의 절차에 따라 일차를 누가감하려면, 1차항과 2차항에 있는 일차를 하나의 항으로 묶어야 한다. 이렇게 하면, 중수대명력의 일차 누가감 방식에 부합하는 보간 다항식

$$p_i(x) = f_i + C_i x + \Delta^2 f_i \frac{x(x-1)}{2} \tag{11}$$

을 얻는다.[39] 기호의 의미는 <표 3>에서 설명한 것과 같다.

---

39 최고은(앞 논문, 53)이 산정한 영축 보간 다항식은 다음과 같다 (기호는 본 논문에서 사용하는 것으로 대체함): $q_i(x) = f_i + (x+1)C_i + \frac{x(x+1)}{2}\Delta^2 f_i$. 이 식은 우리가 유도한 식 (11)에 비해 연산 횟수가 더 많다: $p_i(x) - q_i(x) = C_i + x\Delta^2 f_i$. 그러나 $q_i(x)$에 구하고자 하는 날의 시간 인수 x를 $x-1$로 바꿔 넣으면 $p_i(x)$를 사용했을 때와 같은 값이 산출된다: $p_i(x) = q_i(x-1)$. 보간 다항식은 구간의 시작점(24기 입기 시점)에 대해서도 올바른 값을 산출해야 한다. 그런데 $q_i(x)$를 사용할 경우 24기 입기 시점의 시간 인수 값은 0이 아니라 -1이

표 3. 중수대명력의 영축적 계산 방법과 분할 차분표의 대응 관계
여기서는 중수대명력의 원문에 나오는 가감 방식과 대조해 보기 위해 겹부호(∓, ±)를 사용하였다. 차분표 <표 2>에 이미 부호가 반영되어 있으므로, 실제로 계산할 때에는 모든 수식의 겹부호를 (+)로 바꿔야 한다. 그러나 중수대명력의 절차를 글자 그대로 따라서 계산할 때에는 겹부호를 사용해야 한다.

용어	기호	부호	계산식	용어의 의미와 용도
기책	Δt		$x_{i+1} - x_i$	입성의 기본 시간 간격 절기와 절기 사이의 평균 시간 간격 15.218483일
영축적	f_i			구간의 시작점까지 손익율의 누적량
손익율			$f_{i+1} - f_i$	영축적의 증감분 중율을 구하는 데 사용
중율	Δf_i		$\dfrac{f_{i+1} - f_i}{\Delta t}$	영축적의 변화율(1차 도함숫값) 기중율=그 기의 중율 후중율=다음 기의 중율 합차를 구하는 데 사용
합차			$\Delta f_{i+1} - \Delta f_i$	영축적의 1차 도함숫값의 차 일차를 구하는 데 사용
일차	$\Delta^2 f_i$		$\dfrac{\Delta f_{i+1} - \Delta f_i}{\Delta t}$	영축적의 2차 도함숫값 보간 다항식의 2차항 계수의 두 배 초말정율을 구하는 데 사용
초범율	A_i	지후+ 분후−	$\Delta f_i \pm \dfrac{\Delta f_{i+1} - \Delta f_i}{2}$	초정율을 구하는 데 사용
말범율	B_i	지후− 분후+	$\Delta f_i \mp \dfrac{\Delta f_{i+1} - \Delta f_i}{2}$	말정율을 구하는 데 사용
초정율 (초율)	C_i	지후− 분후+	$A_i \mp \dfrac{\Delta^2 f_i}{2}$	매일의 손익분을 구하는 데 사용
말정율 (말율)	D_i	지후+ 분후−	$B_i \pm \dfrac{\Delta^2 f_i}{2}$	구간의 마지막 날, 즉 $x = [15.0, 15.218483)$에서 손익분을 구하는 데 사용 40

<표 3>은 중수대명력의 영축 조뉵 보간에 쓰이는 수치와 계산식을 종합적으로 정리한 것이다. 영축적 분할 차분표(<표 2>)와 <표 3>의 수식을 이용해 계산한 초말율 및 일차 값은 입성에 기재된 값과 소수점 아래 일곱째 또는 여덟째 자리까지 일치한다. 단 합차가 0인 구간의 일차는 바로 앞 구간의 합차를 사용

어야 한다. 시간 인수 x에 음의 값을 대입하는 방식이 당시의 산법과 중수대명력의 계산 절차에 부합한다고 보기 어렵다. 최고은이 『중수대명력』 원문(奎12441, 018b-109a)의 "求每日盈縮朓朒" 항목의 내용을 고찰하였더라면 올바른 식을 산정할 수 있었을 것이다 (본 논문의 각주 13 참조).

표 4. 정묘년 8월 경삭일(율리우스력 1447년 9월 10일)의 영축적 및 조뉵적
『중수대명력 정묘년 일식 가령』에는 영축적은 소수점 아래 여덟 자리까지, 조뉵적은 셋째 자리까지 기록되어 있다. 그러나 『중수대명력』 영축 입성의 영축적은 소수점 아래 넷째 자리까지, 조뉵 입성의 조뉵적은 정수로 기록되어 있다. 최종 결괏값을 입성에 기재된 것보다 더 정밀하게 나타내는 것은 무의미하나 가령의 값과 비교하기 위해 소수점 아래 여덟째·셋째 자리까지 표기하였다.

	가령	식 (11)	선형보간법	2차 뉴턴 전향차분공식	3차 곡선맞춤 근사식
영축적 (度)	-2.39743610	-2.39743610	-2.38587125	-2.39819475	-2.39747179
오차의 한계 (度)	0.00003569	0.00003569	-0.01160054	0.00072296	-
조뉵적 (分)	-938.366	-938.366	-933.867	-938.703	-938.409
오차의 한계 (分)	0.043	0.043	-4.542	-0.294	-

하여 계산하였다. 또한 식 (11)로 계산한 영축적 값은 『가령』의 계산치와 정확히 일치한다[표 4 참조].[41]

4. 중수대명력의 태양 위치 추산의 정확도 분석

1) 중수대명력의 영축적 보간 오차의 한계와 그 특성

현대의 수치해석에서는 보간의 오차를 추정하기가 쉽지 않거나 불가능한 경우에는 오차의 한계를 계산하는 것이 일반적이다. 다항 함수 보간의 경우에는 주어진 보간 다항식보다 한 차수 높은 다항식에 의한 계산값과 비교함으로써 오차의 한계를 추정한다. 우리는 이 방법으로 중수대명력의 영축적 보간 오차의 한계를 구하였다.

<그림 4>는 중수대명력의 방법으로 계산한 영축적 값의 변화를 나타낸 것이다. 파선은 DE431[42]을 사용하여 계산한 1171년의 태양 중심차의 변화이다. 그림

40 우리가 계산해 본 바, 입성에 주어진 영축적, 초정율, 일차, 그리고 본 논문의 식 (11)을 사용하여 24기 전 구간에서 매일의 손익분과 영축적 값을 정확하게 산출할 수 있었다; 최고은(앞 논문, 53)은 말율(E^F)이 $n=15$일 때의 손익율이라고 정의하였으나, 최종적으로 산출된 보간식(식 (16))에는 E^F가 포함되어 있지 않다.

41 『중수대명력정묘년일식가령(重修大明曆丁卯年日食假令)』, 규장각본(奎4049, 005b, 017a).

그림 4. 중수대명력의 방법으로 계산한 영축적의 변화

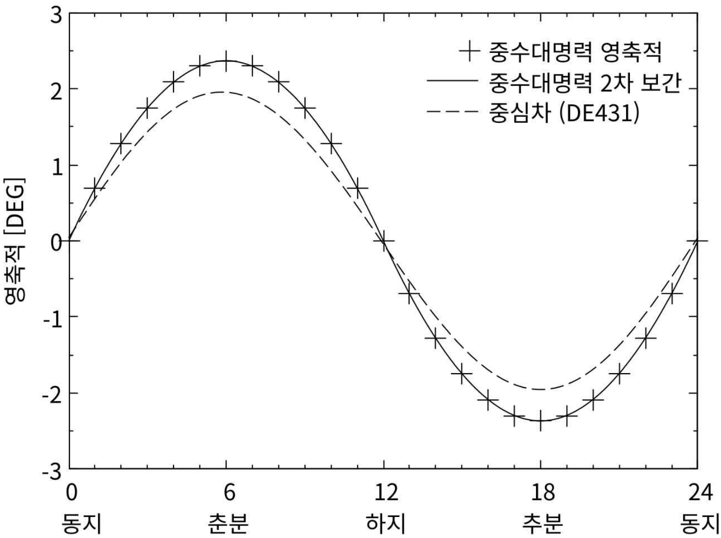
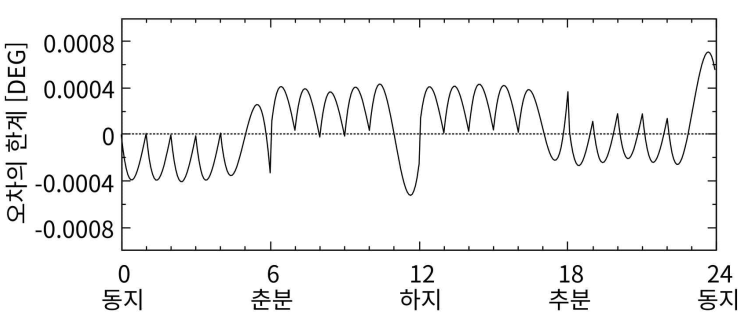


그림 5. 중수대명력의 영축적 보간 오차의 한계



의 가로축에 표시된 눈금은 중수대명력의 평기법을 적용하였을 때의 24기에 해

42 W. M. Folkner, J. G. Williams, D. H. Boggs, R. S. Park and P. Kuchynka, "The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431," *The Interplanetary Network Progress Report* 42-196 (2014).

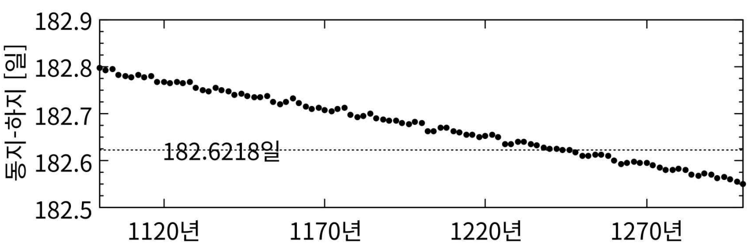
당한다. 그림에서 알 수 있듯이 중수대명력의 영축적의 오차 범위는 ±0.4°이다. 영축적 오차의 최댓값은 영축 보간 오차의 400배에 달한다.[43]

<그림 5>는 식 (11)을 사용하여 계산한 영축적 값의 보간 오차의 한계를 나타낸 것이다. 중수대명력의 방법으로 구한 영축적 값은 곡선맞춤 3차 근사식으로 계산한 결과와 ±0.001° 이내에서 잘 일치한다. 이것은 중수대명력의 영축 보간법이 현대의 2차 다항 함수 보간법과 수학적으로 동일하다는 점을 입증하는 중요한 증거로 볼 수 있다.

이 연구를 진행하기에 앞서 우리는 중수대명력에서 설명하는 축약된 방식으로는 영축 보간의 오차를 ±0.002° (선형 보간에 의한 오차 범위의 1/10; <그림 2> 참조) 이내로 줄일 수 없을 것으로 예상하였다. 그러나 가령에 실려 있는 계산값은 일차의 누가감을 식 (11)에 따라 정확하게 수행하지 않으면 산출될 수 없는 값이다.

3차 곡선 맞춤식에 의한 보간 오차는 극히 작으므로, <그림 5>에 나타난 주기적인 편차의 범위가 곧 중수대명력의 영축 보간 오차의 범위라고 보아도 무방하다. 오차의 한계 범위는 ±0.001°이며, 전반적으로 현대의 2차 또는 3차 보간법으로 계산하였을 때와 구별하기 어려울 정도로 작다.

그림 6. DE431로 계산한 동지점과 하지점의 시간 간격



<그림 6>은 현대의 천체력을 사용하여 1170년을 전후로 100년 동안 동지와 하지 시각을 추산한 후 그 시간 간격의 변화를 나타낸 것이다. 중수대명력에서는 동지와 하지의 시간 간격이 182.6218일로 고정되어 있으나, 실제 값은 매년 조금씩 다르다. 1171년의 경우 중수대명력의 동지 시각의 오차는 +2.6시간이고,

43 여기서, 중수대명력의 영축 입성에 초차법(3차 보간법)을 적용하더라도 보간의 결과가 더 정확해지지 않는다는 사실을 짐작할 수 있다.

1170년 동지에서 다음해 하지까지의 실제 시간 간격은 182.7063일이다. 중수대명력에서 1171년의 하지는 실제 하지보다 약 2시간 빠르다. 이 시간 동안 태양의 황경은 대략 0.1°가량 증가한다. 이 편차는 영축 보간 오차의 한계보다 약 100배 크다. 이뿐만 아니라 중수대명력의 계산 기점인 역원동지(1170년 동지) 바로 그 순간에도 실제 태양은 정확히 동지점에 위치하고 있지 않았다. 보간법이 개선되어 더욱 정교한 계산이 가능해졌다 하더라도 태양의 부등 운행을 정확하게 계산하는 것은 처음부터 한계가 있었다. 역법의 기본 가정[44]을 수정하지 않는 한 근본적인 수준에서의 개력은 현실적으로는 불가능에 가까웠다.

2) 중수대명력의 태양 위치 오차

중수대명력의 영축 보간법은 더 이상 개선될 필요가 없을 정도로 정확한 결과를 산출한다. 이와 대조적으로 역산(曆算)의 기준이 되는 역원동지(曆元冬至) 시각은 두 시간 이상 어긋나 있었다. 이와 같은 상황에서 역산의 정확도를 한 수준 높이려면, 다른 무엇보다 관측 기술을 개선함으로써 천문표의 기본 수치들을 이전보다 정확한 값으로 개정하지 않으면 안 된다.

수시력의 경우 그 이전의 역법들과 달리 정삭과 일월식 시각을 구하는 데 사용되는 천문상수(기응, 윤응, 전응, 교응)의 값을 관측을 통하여 정하였다.[45] 그러나 태양의 부등 운행을 추산하는 데 쓰이는 영축적 값은 중수대명력의 값을 거의 그대로 채용하였다.[46] 따라서 태양의 위치에 관한 한 중수대명력은 수시력과 크게 다르지 않은 결과를 산출할 것으로 예상된다.

---

44 중국의 전통 역법은 다음의 두 가지 가정이 참이라는 전제하에 성립된 것이다: 1) 태양은 동지점에서 가장 빠르게 움직인다; 2) 일행영축은 동지점과 하지점을 기준으로 정확하게 대칭이다.

45 이은희, “『수시력첩법입성(授時曆捷法立成)』과 세종의 지식경영”, 세종국가경영문헌집(세종리더십연구소, 2017), 4., http://www.allthatsejong.com/index.php?tpf=main/index (2023.10.7. 접속).

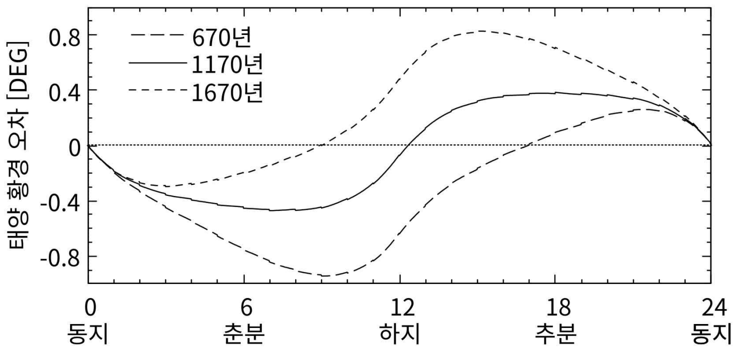
46 중수대명력과 수시력의 영축 입성은 외형만 다를 뿐 질적인 면에서는 별다른 차이가 없다. 두 역법의 영축적 값의 차이는 0.001°에 불과하나 영축적 값 자체의 오차 범위는 ±0.4°에 달한다. 따라서 두 역법의 영축적 값의 차이를 소수점 아래 셋째 자리 이하에서 비교하는 것은 별 의미가 없다. 다만 일행영축의 계산에서 수시력이 중수대명력보다 더 편리하다는 점은 분명하다. 수시력은 매일의 영축적 값이 미리 계산되어 입성에 1일 간격으로 기재되어 있으므로 영축적 계산에 2차 이상의 보간법을 사용할 필요가 없다. 이것은 계산을 수행하는 술자(術者)의 관점에서는 대단히 편리한 장점이다.

이러한 관점에서 중수대명력의 영축 입성으로부터 구한 태양의 위치가 얼마나 정확한지 살펴볼 필요가 있다. 중국 역법에서 계산의 기준점은 동지점이고, 태양은 하루 평균 0.9856°씩 움직이게끔 되어 있으므로, 동지 이후 경과한 날수에 매일의 영축적 값을 더하면 동지점에 대한 태양의 상대 위치를 구할 수 있다. 즉

$$L_s = 0.9856°x + p(x). \qquad (12)$$

여기서, x는 동지 후 경과 일수이고, $p(x)$는 구하고자 하는 날의 영축적, L_s는 동지점으로부터 태양까지의 각거리를 나타낸다. 이 방법으로 구한 태양의 경도 값은 영축 입성에 나와 있는 일적도분초 값과 소수점 아래 넷째 자리까지 일치한다[표 1 참조].

그림 7. 중수대명력으로 계산한 태양의 위치 오차



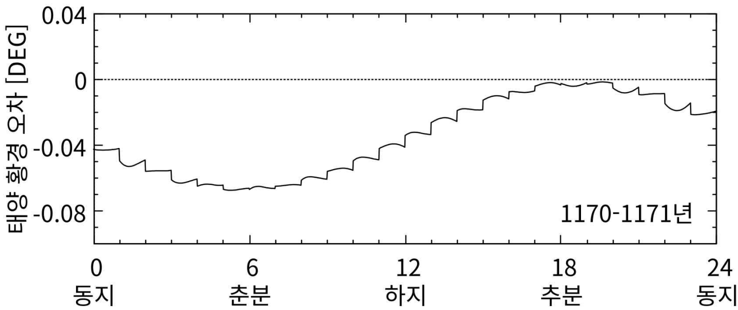
<그림 7>은 중수대명력으로 추산한 태양 위치 오차의 연중 변화를 나타낸 것이다. 중수대명력의 태양 운행은 동지와 하지를 기준으로 대칭이나 실제의 태양 운행은 그렇지 않다. 이에 따라 오차 곡선은 역원에서 멀어질수록 더욱 비대칭적인 모양으로 나타난다. 1170년의 오차의 범위는 대략 ±0.4°로,[47] 수시력의 태양 황경의 오차 범위와 잘 일치한다.[48] 오차의 원인은 크게 세 가지로 나뉜다.

47 최고은(앞 논문, 61-62)이 DE406으로 계산한 중수대명력의 태양 운행 각속도(하지 기준)의 오차는 0.28분(arcmin)이다. 이 차이가 90일 동안 누적되면 태양 황경에서 약 0.4°의 오차가 발생한다.

48 Y. Li and C. Z. Zhang, "Chinese Models of Solar and Lunar Motions in the 13th

첫째, 입성에 수록된 영축적 값 자체가 부정확하기 때문이다[그림 4 참조]. 둘째, 중수대명력의 태양 운행 모형이 실제 태양의 운행을 정확하게 묘사하지 못하기 때문이다. 셋째, 영축 입성의 모든 수치가 정확하다 하더라도 보간법을 사용하는 한 일정 수준의 오차가 발생하는 것을 피할 수 없다. 다만 중수대명력의 영축 보간법은 곡선맞춤 3차 근사법에 필적할 만큼 정확하므로, 보간 오차가 최종 결과에 미치는 영향은 극히 미미하다.

그림 8. 중수대명력에 현대 천체력(DE431)으로 계산한 영축 입성을 대입하여 추산한 태양의 위치 오차



<그림 8>은 현대의 천체력으로 1170년 동지 이후 일 년간의 영축적 값을 계산하고, 이를 중수대명력에 대입하여 태양 위치를 추산하였을 때의 오차를 나타낸 것이다. 영축적 값을 변경함과 동시에 초율, 말율, 일차 값도 전부 수정하여 계산에 반영하였다. 그림에서 보이는 일 년 주기의 편차는 지구의 근일점 통과일과 동짓날이 일치하지 않기 때문에 나타난 차이로 추정된다. 중수대명력의 입성을 그대로 사용하였을 때와 비교하면, 오차의 범위가 1/10 수준으로 감소하였다.

우리가 계산한 결과에 의하면, 전통 중국 역법에서는 보간법의 차수를 2차에서 3차로 올린다고 해서 추보의 정확도가 유의미하게 개선되지는 않는다. 중수대명력의 입성에 현대의 3차 보간법을 적용하여 1170년 12월부터 1281년 12월까지 총 1,374회의 합삭 시각을 계산하였을 때 오차의 평균값(편차의 제곱 평균 제곱근)은 0.02분 감소하였다. 중국 역법에서 가장 중요한 천문 현상으로 여겨

Century," *Astronomy and Astrophysics* 333 (1998), L13-L15.

지는 일식의 경우도 대동소이하다.

<그림 5>에서 살펴본 바와 같이 중수대명력의 영축적 보간의 오차는 매우 작다. 이 오차를 완벽하게 제거하더라도 역법 체계의 근본적인 결함 때문에 태양의 위치 오차의 범위를 ±0.4° 이내로 낮추는 것은 불가능하다. 그럼에도 불구하고 보간 오차를 줄이려는 노력이 무의미하다고 할 수는 없다. 대규모의 천문 관측 사업을 추진할 만한 상황이 안 될 경우 새로운 수학적 기법들을 이용하여, 과거에 만들어진 천문표의 오류를 교정하거나 역산의 기준점을 변경하는 등 역사적으로 의미 있는 진전을 이룰 수 있기 때문이다.

5. 결론

우리는 분할 차분표를 이용하여 중수대명력의 영축 입성의 조성 원리를 분석하고 영축 보간에 사용되는 기본 수치들의 수리적 의미를 파악하였다.

중수대명력의 "매일의 영축 조뉵을 구하는 방법(求每日盈縮朓朒)"은 영축 조뉵 분할 차분표를 만드는 것과 수학적으로 동일한 절차이다. 입성에 기재된 모든 수치들은 분할 차분표의 차분 값으로부터 수리적으로 유도된다. 중율은 분할 차분표의 1차 차분에 대응하는 것으로 영축적 함수의 변화율을 의미한다. 합차는 중율의 증감분으로 영축적 함수의 변화율의 차를 의미한다. 일차는 2차 차분에 대응하는 양으로 영축적 함수의 2차 변화율을 의미한다. 일차의 절반은 보간 다항식의 2차항의 계수이다. 초율(초정율)은 일차의 반을 초범율에 가감하여 얻은 것으로 매일의 손익분을 구하는 데 사용된다.

중수대명력에서는 일행영축의 계산에 현대의 2차 다항 함수 보간법과 수학적으로 동일한 보간법이 사용되었다. 보간 오차의 한계는 ±0.001° 미만으로, 현대의 2차 보간법으로 계산하였을 때와 대등한 수준이다. 반면에 입성에 기재된 영축적 값의 오차는 ±0.4°이다. 수치 계산에서 극도의 정밀성을 추구하는 것과는 달리 영축적 값 자체의 오차는 보간 오차에 비해 상당히 큰 편이다. 이와 같은 현상은 12세기 중국 천문학의 한계에 따른 자연스러운 귀결로 보인다.

중국의 전통 역법에서 사용하는 방식으로는 일정 기간의 달의 위치를 3° 이내의 오차 범위 내에서 예측하기란 매우 어렵다.[49] 개력을 단행하려면, 무엇보

49 수시력으로 계산된 달 위치(13세기 말)의 오차는 평균값인 –5°를 기준으로 ±3° 범위에 걸쳐

다 이분이지 시각, 일월식의 식심 시각, 좌표가 알려진 천체(태양 또는 28수 거성)에 대한 달의 상대 위치 등을 정확하게 측정하는 활동이 선행되어야 한다. 설령 기존의 자료보다 정확한 측정값을 확보하였다 하더라도 중국 역법의 기본 가정을 고치지 않는 한 역법의 정확도를 개선하는 데는 한계가 있다. 이와 같은 이유로, 당시 역법가들이 할 수 있는 최선의 방안은 수리적인 측면에서의 개선일 것이다.

중수대명력의 영축 보간법은 우리가 예상했던 것보다 상당히 정확하지만, 당시의 산법에 음수가 사용되지 않았기에 그로 인한 한계도 분명하게 드러났다. 분할 차분표에서 기중율과 후중율의 크기는 같고 부호만 다른 구간(경칩-춘분, 백로-추분)과 크기와 부호가 모두 같은 구간(망종-하지, 대설-동지)이 각각 두 번 나타난다. 이런 경우에 음의 부호를 무시하고 계산하면 합차가 0이 되고 이에 따라 일차도 0이 된다. 중수대명력에서는 직전 구간의 합차 값을 차용하는 방식으로 문제를 해결하였다.

분할 차분 규칙을 엄격히 따른다면, 망종과 대설 구간에서는 일차가 정확히 0이어야 하나 입성에는 바로 앞 구간의 값으로 기록되어 있다. 이와 같은 임시방편적인 조치는 이 두 구간에서 보간 오차가 가파르게 증가하는 것을 막아주는 예기치 못한 효과를 가져왔다. 일차가 0인 구간에서 보간 오차를 추정하려면, 주어진 자료점에 대한 직접적인 보간 대신 오차의 제곱합이 최소가 되는 다항 함수를 사용하지 않으면 안 된다. 따라서 중수대명력의 영축 조뉵 보간에 적용된 예외처리 규칙이 보간 오차를 줄이기 위한 노력의 결과라고 보기는 어렵다. 이것은 단지 당시의 산법에 음수 개념이 없었기 때문에 도입된 임시방편책에 불과하나, 결과적으로는 최소제곱법에 기초한 곡선맞춤 2차 근사식을 사용했을 때와 거의 대등한 수준의 보간법이 탄생한 것이다.

영축 보간의 정확도는 중수대명력에서 이미 개선의 여지가 없을 만큼 높은 수준에 도달해 있었다. 수시력에 초차법(*招差法*)이 도입되었으나 입성에 기재되는 영축적 값은 중수대명력의 부정확한 수치를 그대로 채용하였다. 이에 따라 천문표를 작성하는 데 필요한 수리적 기법은 고도로 발전한 반면 태양 운행표의 질적 개선은 전혀 이루어지지 않는 상황이 전개되었다. 이전 연구의 결과들과 우리의 연구 결과를 종합해 보면, 태양 운행에 관한 한 중국 역법은 중수대

있다. Li and Zhang, op. cit., L15 (Fig. 4 참조).

명력이 시행되기 이전에 이미 한계 상황에 도달해 있었던 것으로 보인다. 따라서 수시력에 도입된 초차법이 일행영축 계산의 정확도를 개선하였을 것이라는 종전의 평가는 재고되어야 한다.

우리는 중수대명력에 관한 후속 연구를 통해 중국 역법의 정체기의 모습을 더욱 구체적으로 파악할 수 있을 것으로 기대한다. 본 연구에서 면밀하게 검토한 분할 차분법은 다른 역법의 입성을 수리적인 관점에서 비교 분석하기 위한 수단으로 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

(투고: 2023년 10월 29일, 심사 완료: 2023년 11월 27일, 게재 확정: 2023년 12월 11일)

Examining the Interpolation Method in the Chongxiu-Daming-li

KIM Dongbin (Independent Scholar)
JEON Junhyeok (Chungbuk National University)

Abstract. We examined the mathematical method of creating the Yeongchuk-Ipseong 盈縮-立成 (Yeongchuk means "profit and loss" in the movement of the Sun, and Ipseong refers to the table) of the Chongxiu-Daming-li 重修大明曆 using the divided difference principle. Accordingly, we identified the mathematical meaning of the fundamental quantities used in the Yeongchuk interpolation. The method of calculating the daily Yeongchuk-Jonyuk 盈縮-朓朒 (Jonyuk is a temporal quantity corresponding to solar inequality, which is converted via the angular velocity of the Moon) in the Chongxiu-Daming-li is mathematically the same procedure as creating a divided difference table for Yeongchuk-Jonyuk. The interpolation method for Yeongchuk-Jonyuk in the Chongxiu-Daming-li is mathematically identical to modern quadratic interpolation. The limit of the interpolation error is less than ±0.001°, and the difference is similar to the results obtained by the modern second-order polynomial interpolation method. The accuracy of the Yeongchuk interpolation had already reached a high level in the Chongxiu-Daming-li. This suggests that the Shoushi-li 授時曆 did not address the fundamental problem of the Chongxiu-Daming-li in calculating the position of the Sun. The conventional assessment that adopting the third-order interpolation in the Shoushi-li would have improved the accuracy of the solar position should be reconsidered.

Keyword. Chinese calendar, Chongxiu-Daming-li, solar anomaly, polynomial interpolation, divided difference method, Chinese numerical method